

# 港 灣 技 研 資 料

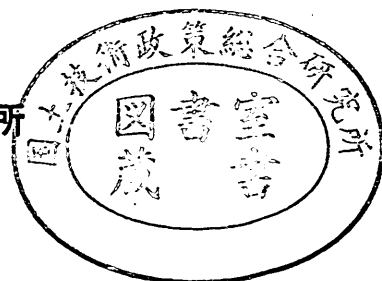
TECHNICAL NOTE OF  
PORT AND HARBOUR RESEARCH INSTITUTE  
MINISTRY OF TRANSPORT, JAPAN

No. 43      March 1968

解析法による版の曲げモーメント数値表…堀井修身・本 浩司

昭和 43 年 3 月

運輸省港湾技術研究所



## **New charts of bending stresses in the rectangular flat plates**

**Osami HORII \***

**Koji MOTO \*\***

### **Synopsis**

In this report, we show the method and the results of calculation for the bending stresses in the rectangular flat plates, acted by uniform load or hydrostatic pressure, with four fixed edges, and with three fixed edges and one free edge.

By applying some kinds of Levy's solution, we obtained the equations for calculation of bending stresses at arbitrary points in the flat plates with arbitrary length/width ratios.

We used the digital computer TOSBAC-3400 for the works.

New charts in this report can be used to design the flat plate more exactly.

---

\* Research Engineer, Design Standard Section

\*\* Research Engineer, Computation Center

# 解析法による版の曲げモーメント数値表

## 目 次

### 要 旨

1. まえがき	1
2. 計算図表	2
2.1 四辺固定版の曲げモーメント数値表	10
2.2 三辺固定一辺自由版の曲げモーメント数値表	10
3. 使用例	17
3.1 例—1	17
3.2 例—2	17
3.3 例—3	18
4. 従来 of 計算図表との比較	19
4.1 従来 of 計算図表	19
4.2 従来 of 計算値との比較	20
5. あとがき	20
参考文献	20
付 録 計算法と計算式の誘導	32
1. 版の基礎方程式	32
2. 等分布荷重を受ける四辺固定版	32
3. 三角形分布荷重を受ける四辺固定版	35
4. 等分布荷重および三角形分布荷重を受ける三辺固定一辺自由版	38

## 解析法による版の曲げモーメント数値表

堀井修身\* 本 浩司\*\*

### 要 旨

本報告は、等分布荷重あるいは三角形分布荷重を受ける三辺固定一辺自由版および四辺固定版の曲げモーメントを算定するための図表をまとめたものである。

版の解法は薄い版に対する基礎方程式  $\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p/D\right)$  ( $w$ :たわみ,  $p$ :荷重強度,  $D$ :版の曲げ剛度) をどのようにして解くかによって2つの方法にわかれる。1つの方法は階差法であり、他の方法は解析法である。本報告は後者の方法によって解いたものである。その計算方法は数種類の Levy 型の解を重ね合せ、所要の支承条件を満足するように積分定数を決める方法である。積分定数を求めるに当って、この条件式をフーリエ展開に基づいて無限級数に展開した。従って、この無限級数の項数を多くとればとるほど精度は高まる。ここでは無限級数の項数を15項までとって計算した。無限級数を10項までとった場合と、15項までとった場合との曲げモーメント係数を比較して、有効数字3ケタが確かめられた。実際の計算に際しては本報告に示す計算方法に基づいて FORTRAN 語により Programming し、Digital Computer TOSBAC-3400 を使用した。その Programming では、任意の辺長比の任意の点における曲げモーメント、たわみ、せん断力、支持反力を容易に求めることができるようになっている。本報告では、使用ひん度の高いと思われる辺長比の版の25点(四辺固定版)あるいは35点(三辺固定一辺自由版)の曲げモーメント係数を計算図表としてとりまとめている。

本報告の計算図表により、より精度の高い版の解析が可能となった。

### 1. ま え が き

従来の版の計算図表は階差法によるものが殆んどである。港湾関係でよく使われている計算図表には第3港湾建設局の「港湾構造物の設計計算における Digital computer の応用について(その1)」に示されている計算図表と第2港湾建設局の「版の計算図表第1集~第3集」がある。前者は階差法のメツシュが8等分で辺長比1.0以上について計算しており、後者はメツシュを6等分にとり辺長比1.0以下について計算している。このために両者の計算図表を対応させると各点の曲げモーメント係数は、辺長比1.0で一致しない。(4.従来の計算図表との比較を参照のこと)又、階差法による誤差も相当含まれているのではないかと考えられる。階差法による誤差を小さくするにはメツシュを小さくすればよいわけであるが、連立方程式の元数が膨大となる。比較的精度がよいといわれる Zurmühl 階差法を使用した成岡教授(現名古屋大学)の計算図表(土木学会誌, vol.44, No.7)と前述の二つの計算図表とを比較しても相当の相違があ

る。

以上のことから、もっと精度の高い計算図表が必要である。

ここで用いた解析法は Timoshenko 等がすでに示唆している方法である。(Timoshenko 他著“Theory of Plates and Shells”を参照のこと)しかし、この方法では与えた一点の曲げモーメントやたわみなどを求めるには便利であるが、任意の点を求めるのには相当の工夫が必要である。山田和英博士(現防衛大教授, 東郷和英)は、三辺固定一辺自由版について任意の点の曲げモーメント係数などを求める計算式を示した。(機械学会論文集20, 99を参照のこと)しかし山田博士は計算のはんざつさから特別な点(支承の中央点, 版の中央点など)のみの曲げモーメント、たわみ、せん断力、支持反力を計算したにとどまった。本報告では、Timoshenko 等の示唆した計算式に基づき、山田博士流の工夫を参考にして三辺固定一辺自由版、および四辺固定版の任意の点の曲げモーメント係数を求めたものである。この場合ポアソン比は1/6とした。

\* 設計基準部 設計基準課

\*\* 設計基準部 計算室

本報告の構成及び概要は次のとおりである。

2 は本報告の中心で解析法による解を今までの計算図表と同じような使用方法ができるように表にしてまとめたものである。この表では曲げモーメント係数だけを表示した。3 ではこの表の値を使って曲げモーメントを算定する実例を2, 3 あげた。4 では、従来港湾関係でよく用いられてきた2建, 3建の計算図表との比較をした。巻末に付録として本報告に用いた計算法, 計算式の誘導及び展開を刻明に整理してあるので、興味のある方は参照されたい。

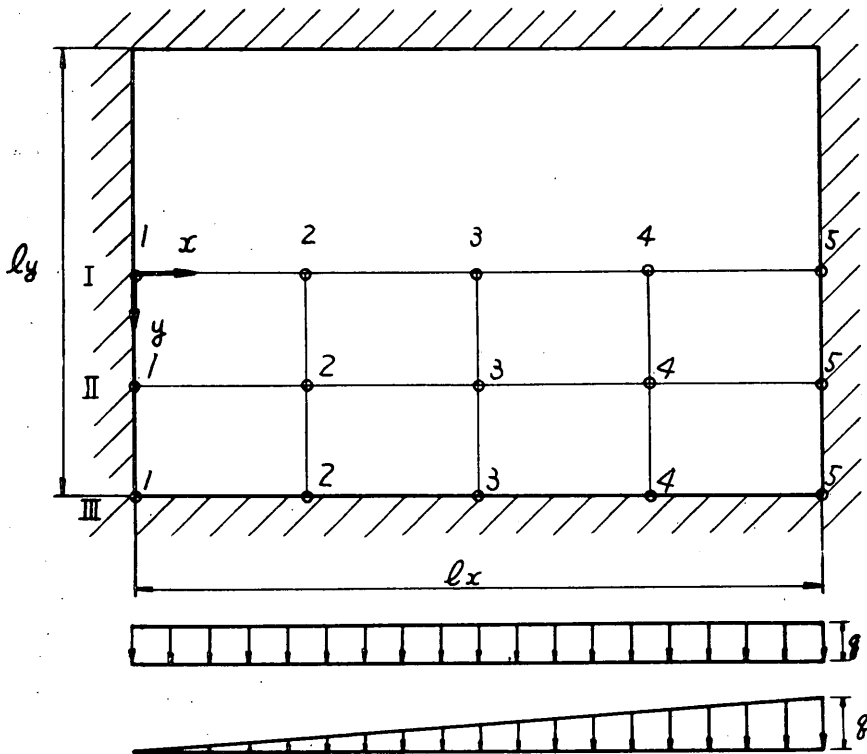
なお、実際の計算はこれらの計算式を FORTRAN 語によって Programming し、TOSBAC-3400 を使用して行

なったのであるが、本報告ではこの Programming については省略した。この Programming は港研計算室に保管されているので（港湾技術研究所計算室，“プログラムライブラリー（第一集）”を参照のこと）辺長比と応力（曲げモーメント，支持反力，せん断力）あるいは変位を求める点を与えれば容易にそれらを求めることができる。

## 2. 計算図表

### 2.1 四辺固定版の曲げモーメント係数表

計算図表は次に示すように  $x$  方向,  $y$  方向を定め,  $x$  方向  $y$  方向とも4等分して曲げモーメント係数を求めてある。



$M_x, M_y;$

$$\lambda \leq 1 \begin{cases} M_x = X \cdot q \cdot l_x^2 \\ M_y = Y \cdot q \cdot l_x^2 \end{cases}$$

$$\lambda \geq 1 \begin{cases} M_x = X \cdot q \cdot l_y^2 \\ M_y = Y \cdot q \cdot l_y^2 \end{cases}$$

$X, Y; X_{u1}, Y_{u1}$  等分布荷重載荷の場合の曲げモーメント係数

$X_{T1}, Y_{T1}$  三角形分布荷重載荷の場合の曲げモーメント係数

$\lambda; \lambda = l_x/l_y$

$\lambda$	曲げモーメントの方向	座標	1	2	3	4	5
0.30	$X_{u_4}$	I	-0.0835	0.0104	0.0418	0.0104	-0.0835
		II	-0.0813	0.0108	0.0398	0.0108	-0.0813
		III	—	-0.0058	-0.0095	-0.0058	—
	$Y_{u_4}$	I	-0.0139	0.0017	0.0070	0.0017	-0.0139
		II	-0.0136	0.0038	0.0103	0.0038	-0.0136
		III	—	-0.0345	-0.0569	-0.0345	—
	$X_{T_4}$	I	-0.0334	0.0016	0.0209	0.0089	-0.0501
		II	-0.0323	0.0018	0.0199	0.0091	-0.0490
		III	—	-0.0021	-0.0047	-0.0036	—
	$Y_{T_4}$	I	-0.0059	0.0003	0.0035	0.0015	-0.0084
		II	-0.0054	0.0013	0.0052	0.0025	-0.0082
		III	—	-0.0126	-0.0284	-0.0218	—
0.40	$X_{u_4}$	I	-0.0839	0.0107	0.0418	0.0107	-0.0839
		II	-0.0749	0.0106	0.0356	0.0106	-0.0749
		III	—	-0.0058	-0.0095	-0.0058	—
	$Y_{u_4}$	I	-0.0140	0.0023	0.0080	0.0023	-0.0140
		II	-0.0125	0.0057	0.0129	0.0057	-0.0125
		III	—	-0.0345	-0.0569	-0.0345	—
	$X_{T_4}$	I	-0.0336	0.0017	0.0209	0.0090	-0.0503
		II	-0.0292	0.0017	0.0178	0.0089	-0.0457
		III	—	-0.0021	-0.0048	-0.0036	—
	$Y_{T_4}$	I	-0.0056	0.0005	0.0040	0.0017	-0.0084
		II	-0.0049	0.0021	0.0065	0.0036	-0.0076
		III	—	-0.0127	-0.0284	-0.0218	—

$\lambda$	曲げモーメントの方向	座標	1	2	3	4	5
0.50	$X_{u4}$	I	-0.0828	0.0110	0.0407	0.0110	-0.0828
		II	-0.0669	0.0100	0.0308	0.0100	-0.0669
		III	—	-0.0058	-0.0095	-0.0058	—
	$Y_{u4}$	I	-0.0138	0.0038	0.0105	0.0038	-0.0138
		II	-0.0112	0.0068	0.0139	0.0068	-0.0112
		III	—	-0.0345	-0.0570	-0.0345	—
	$X_{T4}$	I	-0.0331	0.0019	0.0203	0.0092	-0.0497
		II	-0.0254	0.0015	0.0154	0.0084	-0.0415
		III	—	-0.0021	-0.0048	-0.0037	—
	$Y_{T4}$	I	-0.0055	0.0013	0.0052	0.0025	-0.0083
		II	-0.0042	0.0025	0.0070	0.0042	-0.0069
		III	—	-0.0127	-0.0285	-0.0219	—
0.75	$X_{u4}$	I	-0.0701	0.0110	0.0318	0.0110	-0.0701
		II	-0.0477	0.0078	0.0200	0.0078	-0.0477
		III	—	-0.0058	-0.0094	-0.0058	—
	$Y_{u4}$	I	-0.0117	0.0089	0.0179	0.0089	-0.0117
		II	-0.0080	0.0069	0.0125	0.0069	-0.0080
		III	—	-0.0345	-0.0565	-0.0345	—
	$X_{T4}$	I	-0.0268	0.0020	0.0159	0.0091	-0.0433
		II	-0.0167	0.0010	0.0100	0.0068	-0.0310
		III	—	-0.0021	-0.0047	-0.0036	—
	$Y_{T4}$	I	-0.0045	0.0037	0.0090	0.0052	-0.0072
		II	-0.0026	0.0024	0.0062	0.0045	-0.0052
		III	—	-0.0126	-0.0283	-0.0218	—

$\lambda$	曲げモーメントの方向	座標	1	2	3	4	5
1.00	$X_{u4}$	I	-0.0513	0.0096	0.0206	0.0096	-0.0513
		II	-0.0324	0.0059	0.0116	0.0059	-0.0324
		III	—	-0.0054	-0.0086	-0.0054	—
	$Y_{u4}$	I	-0.0086	0.0116	0.0206	0.0116	-0.0086
		II	-0.0054	0.0059	0.0096	0.0059	-0.0054
		III	—	-0.0324	-0.0513	-0.0324	—
	$X_{T4}$	I	-0.0179	0.0015	0.0103	0.0080	-0.0334
		II	-0.0101	0.0006	0.0058	0.0052	-0.0223
		III	—	-0.0019	-0.0043	-0.0035	—
	$Y_{T4}$	I	-0.0030	0.0047	0.0103	0.0069	-0.0056
		II	-0.0017	0.0018	0.0048	0.0040	-0.0037
		III	—	-0.0116	-0.0257	-0.0208	—
1.25	$X_{u4}$	I	-0.0559	0.0119	0.0189	0.0119	-0.0559
		II	-0.0343	0.0067	0.0097	0.0067	-0.0343
		III	—	-0.0074	-0.0111	-0.0074	—
	$Y_{u4}$	I	-0.0093	0.0181	0.0295	0.0181	-0.0093
		II	-0.0057	0.0074	0.0108	0.0074	-0.0057
		III	—	-0.0442	-0.0664	-0.0442	—
	$X_{T4}$	I	-0.0171	0.0017	0.0095	0.0102	-0.0389
		II	-0.0092	0.0006	0.0048	0.0061	-0.0251
		III	—	-0.0025	-0.0055	-0.0049	—
	$Y_{T4}$	I	-0.0029	0.0069	0.0147	0.0111	-0.0065
		II	-0.0015	0.0021	0.0054	0.0053	-0.0042
		III	—	-0.0151	-0.0332	-0.0291	—



$\lambda$	曲げモーメントの方向	座標	1	2	3	4	5
1.50	$X_{u4}$	I	-0.0570	0.0133	0.0158	0.0133	-0.0570
		II	-0.0346	0.0071	0.0073	0.0071	-0.0346
		III	—	-0.0090	-0.0126	-0.0090	—
	$Y_{u4}$	I	-0.0095	0.0234	0.0354	0.0234	-0.0095
		II	-0.0058	0.0086	0.0112	0.0086	-0.0058
		III	—	-0.0538	-0.0756	-0.0538	—
	$X_{T4}$	I	-0.0149	0.0017	0.0079	0.0116	-0.0421
		II	-0.0079	0.0006	0.0036	0.0065	-0.0267
		III	—	-0.0029	-0.0063	-0.0061	—
	$Y_{T4}$	I	-0.0025	0.0083	0.0177	0.0151	-0.0070
		II	-0.0013	0.0023	0.0056	0.0063	-0.0045
		III	—	-0.0172	-0.0378	-0.0365	—
1.75	$X_{u4}$	I	-0.0571	0.0139	0.0128	0.0139	-0.0571
		II	-0.0346	0.0071	0.0052	0.0071	-0.0346
		III	—	-0.0102	-0.0135	-0.0102	—
	$Y_{u4}$	I	-0.0095	0.0275	0.0389	0.0275	-0.0095
		II	-0.0058	0.0094	0.0112	0.0094	-0.0058
		III	—	-0.0611	-0.0805	-0.0611	—
	$X_{T4}$	I	-0.0128	0.0018	0.0064	0.0121	-0.0442
		II	-0.0068	0.0006	0.0026	0.0065	-0.0278
		III	—	-0.0031	-0.0067	-0.0071	—
	$Y_{T4}$	I	-0.0021	0.0090	0.0194	0.0185	-0.0074
		II	-0.0011	0.0024	0.0056	0.0070	-0.0046
		III	—	-0.0184	-0.0403	-0.0427	—

$\lambda$	曲げモーメントの方向	座標	1	2	3	4	5
2.00	$X_{u_4}$	I	-0.0570	0.0139	0.0105	0.0139	-0.0570
		II	-0.0345	0.0068	0.0038	0.0068	-0.0345
		III	—	-0.0112	-0.0138	-0.0112	—
	$Y_{u_4}$	I	-0.0095	0.0308	0.0407	0.0308	-0.0095
		II	-0.0058	0.0100	0.0110	0.0100	-0.0058
		III	—	-0.0669	-0.0828	-0.0669	—
	$X_{T_4}$	I	-0.0112	0.0018	0.0052	0.0121	-0.0458
		II	-0.0059	0.0006	0.0019	0.0062	-0.0287
		III	—	-0.0032	-0.0069	-0.0080	—
	$Y_{T_4}$	I	-0.0019	0.0094	0.0203	0.0214	-0.0077
		II	-0.0010	0.0025	0.0055	0.0075	-0.0048
		III	—	-0.0192	-0.0414	-0.0477	—
2.25	$X_{u_4}$	I	-0.0569	0.0136	0.0089	0.0136	-0.0569
		II	-0.0345	0.0063	0.0028	0.0063	-0.0345
		III	—	-0.0119	-0.0140	-0.0119	—
	$Y_{u_4}$	I	-0.0095	0.0335	0.0415	0.0335	-0.0095
		II	-0.0058	0.0104	0.0108	0.0104	-0.0058
		III	—	-0.0714	-0.0837	-0.0714	—
	$X_{T_4}$	I	-0.0099	0.0019	0.0045	0.0117	-0.0470
		II	-0.0052	0.0006	0.0014	0.0057	-0.0293
		III	—	-0.0033	-0.0070	-0.0086	—
	$Y_{T_4}$	I	-0.0016	0.0097	0.0207	0.0238	-0.0079
		II	-0.0009	0.0025	0.0054	0.0079	-0.0049
		III	—	-0.0196	-0.0419	-0.0518	—

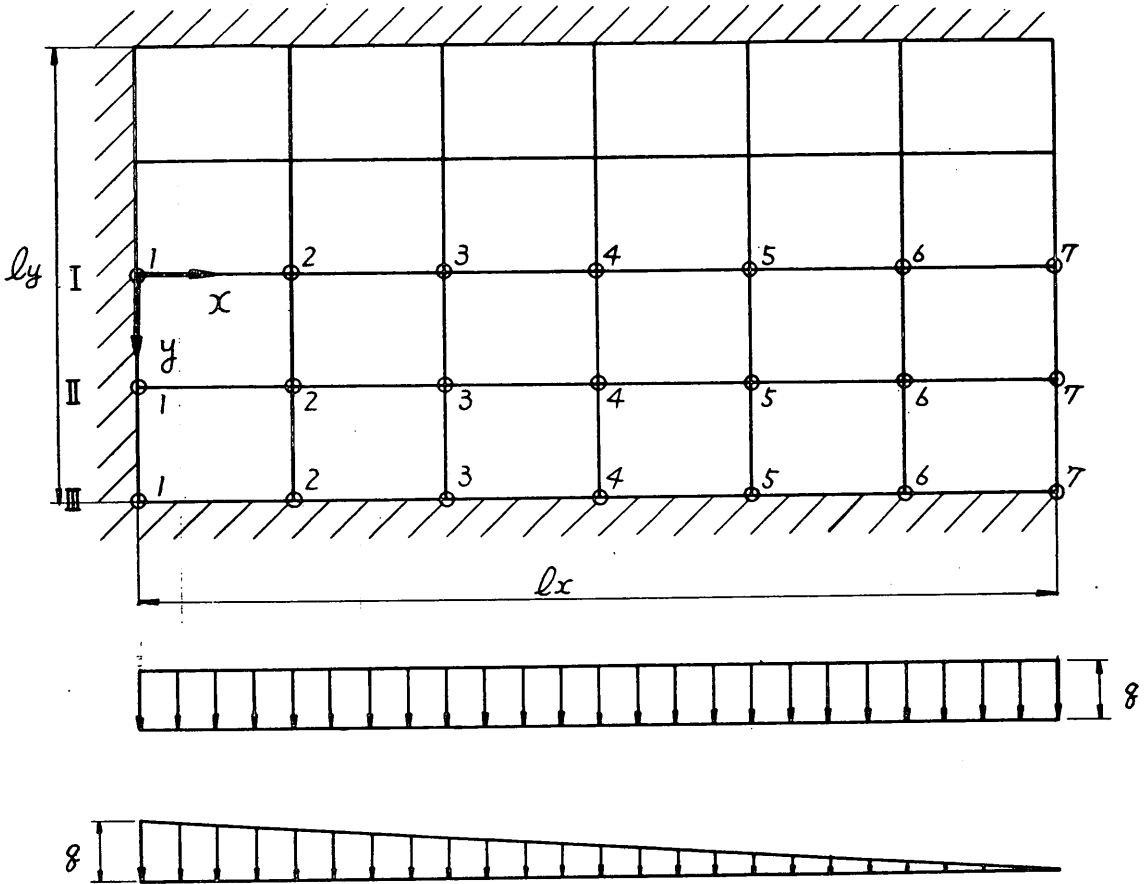
$\lambda$	曲げモーメントの方向	座標	1	2	3	4	5
2.50	$X_{u4}$	I	-0.0569	0.0129	0.0080	0.0129	-0.0569
		II	-0.0345	0.0057	0.0023	0.0057	-0.0345
		III	—	-0.0125	-0.0140	-0.0125	—
	$Y_{u4}$	I	-0.0095	0.0356	0.0418	0.0356	-0.0095
		II	-0.0058	0.0106	0.0107	0.0106	-0.0058
		III	—	-0.0749	-0.0839	-0.0749	—
	$X_{T4}$	I	-0.0089	0.0019	0.0040	0.0110	-0.0480
		II	-0.0047	0.0006	0.0011	0.0051	-0.0298
		III	—	-0.0033	-0.0070	-0.0092	—
	$Y_{T4}$	I	-0.0015	0.0099	0.0209	0.0257	-0.0080
		II	-0.0008	0.0026	0.0053	0.0081	-0.0050
		III	—	-0.0200	-0.0420	-0.0549	—
2.75	$X_{u4}$	I	-0.0568	0.0122	0.0074	0.0122	-0.0568
		II	-0.0344	0.0051	0.0020	0.0051	-0.0344
		III	—	-0.0130	-0.0140	-0.0130	—
	$Y_{u4}$	I	-0.0095	0.0373	0.0419	0.0373	-0.0095
		II	-0.0058	0.0108	0.0106	0.0108	-0.0058
		III	—	-0.0775	-0.0839	-0.0775	—
	$X_{T4}$	I	-0.0080	0.0019	0.0037	0.0102	-0.0488
		II	-0.0042	0.0006	0.0010	0.0045	-0.0302
		III	—	-0.0034	-0.0070	-0.0096	—
	$Y_{T4}$	I	-0.0013	0.0100	0.0210	0.0272	-0.0081
		II	-0.0007	0.0026	0.0053	0.0082	-0.0050
		III	—	-0.0202	-0.0419	-0.0573	—

$\lambda$	曲げモーメントの方向	座標	1	2	3	4	5
3.00	$X_{u4}$	I	-0.0568	0.0113	0.0071	0.0113	-0.0568
		II	-0.0344	0.0045	0.0018	0.0045	-0.0344
		III	—	-0.0133	-0.0140	-0.0133	—
	$Y_{u4}$	I	-0.0095	0.0386	0.0419	0.0386	-0.0095
		II	-0.0058	0.0108	0.0105	0.0108	-0.0058
		III	—	-0.0795	-0.0837	-0.0795	—
	$X_{T4}$	I	-0.0074	0.0019	0.0036	0.0094	-0.0495
		II	-0.0039	0.0006	0.0009	0.0039	-0.0306
		III	—	-0.0034	-0.0070	-0.0099	—
	$Y_{T4}$	I	-0.0012	0.0102	0.0209	0.0284	-0.0083
		II	-0.0006	0.0026	0.0052	0.0082	-0.0051
		III	—	-0.0204	-0.0419	-0.0591	—

## 2.2 三辺固定一辺自由版の曲げモーメント係数表

計算図表は次に示すように自由辺の方向を $y$ 方向、それに直角な方向を $x$ 方向とし、 $y$ 方向を4等分、 $x$ 方向を

6等分して曲げモーメント係数を求めている。



$M_x, M_y;$

$$\lambda \leq 1 \begin{cases} M_x = X \cdot q \cdot l_x^2 \\ M_y = Y \cdot q \cdot l_x^2 \end{cases}$$

$$\lambda \geq 1 \begin{cases} M_x = X \cdot q \cdot l_y^2 \\ M_y = Y \cdot q \cdot l_y^2 \end{cases}$$

$X, Y; X_{u3}, Y_{u3}$  等分布荷重載荷の場合の曲げモーメント係数

$X_{T3}, Y_{T3}$  三角形分布荷重載荷の場合の曲げモーメント係数

$\lambda; \lambda = l_x/l_y$

$\lambda$	曲げモーメントの方向	座標	1	2	3	4	5	6	7
0.30	$X_{u3}$	I	-0.3762	-0.2265	-0.1160	-0.0420	-0.0021	0.0042	—
		II	-0.2664	-0.1482	-0.0669	-0.0135	0.0187	0.0338	—
		III	—	-0.0029	-0.0135	-0.0264	-0.0387	-0.0504	—
	$Y_{u3}$	I	-0.0627	-0.0342	-0.0062	0.0201	0.0438	0.0649	0.0846
		II	-0.0444	-0.0202	0.0032	0.0233	0.0389	0.0493	0.0547
		III	—	-0.0172	-0.0808	-0.1587	-0.2324	-0.3023	-0.2602
	$X_{T3}$	I	-0.1340	-0.0654	-0.0232	-0.0025	0.0012	-0.0085	—
		II	-0.1040	-0.0428	-0.0077	0.0097	0.0166	0.0195	—
		III	—	-0.0022	-0.0065	-0.0101	-0.0122	-0.0127	—
	$Y_{T3}$	I	-0.0223	-0.0100	-0.0003	0.0073	0.0136	0.0201	0.0292
		II	-0.0173	-0.0055	0.0036	0.0095	0.0125	0.0127	0.0106
		III	—	-0.0134	-0.0390	-0.0608	-0.0734	-0.0762	-0.0214
0.40	$X_{u3}$	I	-0.2808	-0.1459	-0.0546	0.0012	0.0273	0.0264	—
		II	-0.1828	-0.0893	-0.0304	0.0044	0.0226	0.0295	—
		III	—	-0.0030	-0.0131	-0.0247	-0.0351	-0.0447	—
	$Y_{u3}$	I	-0.0468	-0.0185	0.0110	0.0388	0.0631	0.0839	0.1024
		II	-0.0305	-0.0104	0.0085	0.0243	0.0362	0.0440	0.0483
		III	—	-0.0182	-0.0785	-0.1482	-0.2106	-0.2683	-0.2325
	$X_{T3}$	I	-0.1075	-0.0423	-0.0048	0.0117	0.0135	0.0052	—
		II	-0.0778	-0.0256	0.0011	0.0116	0.0134	0.0125	—
		III	—	-0.0023	-0.0063	-0.0094	-0.0111	-0.0118	—
	$Y_{T3}$	I	-0.0179	-0.0054	0.0050	0.0130	0.0190	0.0242	0.0308
		II	-0.0130	-0.0024	0.0055	0.0103	0.0122	0.0121	0.0105
		III	—	-0.0136	-0.0375	-0.0563	-0.0667	-0.0706	-0.0340

$\lambda$	曲げモーメントの方向	座標	1.	2	3	4	5	6	7
0.50	$X_{u3}$	I	-0.2054	-0.0901	-0.0191	0.0199	0.0355	0.0315	—
		II	-0.1285	-0.0533	-0.0100	0.0124	0.0222	0.0255	—
		III	—	-0.0032	-0.0125	-0.0224	-0.0305	-0.0372	—
	$Y_{u3}$	I	-0.0342	-0.0079	0.0201	0.0459	0.0675	0.0848	0.1000
		II	-0.0214	-0.0048	0.0102	0.0221	0.0307	0.0357	0.0380
		III	—	-0.0194	-0.0751	-0.1344	-0.1829	-0.2234	-0.1844
	$X_{T3}$	I	-0.0859	-0.0263	0.0050	0.0167	0.0162	0.0086	—
		II	-0.0600	-0.0148	0.0057	0.0120	0.0113	0.0093	—
		III	—	-0.0023	-0.0060	-0.0086	-0.0097	-0.0098	—
	$Y_{T3}$	I	-0.0143	-0.0021	0.0081	0.0157	0.0207	0.0242	0.0287
		II	-0.0100	-0.0005	0.0062	0.0097	0.0105	0.0097	0.0080
		III	—	-0.0139	-0.0363	-0.0518	-0.0584	-0.0589	-0.0282
0.75	$X_{u3}$	I	-0.1010	-0.0262	0.0090	0.0228	0.0258	0.0227	—
		II	-0.0614	-0.0149	0.0053	0.0120	0.0132	0.0144	—
		III	—	-0.0034	-0.0103	-0.0163	-0.0200	-0.0220	—
	$Y_{u3}$	I	-0.0168	0.0033	0.0241	0.0412	0.0532	0.0609	0.0673
		II	-0.0102	0.0009	0.0097	0.0153	0.0186	0.0197	0.0186
		III	—	-0.0203	-0.0620	-0.0977	-0.1200	-0.1322	-0.0934
	$X_{T3}$	I	-0.0525	-0.0068	0.0113	0.0145	0.0112	0.0061	—
		II	-0.0352	-0.0031	0.0076	0.0085	0.0061	0.0043	—
		III	—	-0.0024	-0.0053	-0.0068	-0.0066	-0.0056	—
	$Y_{T3}$	I	-0.0088	0.0020	0.0106	0.0157	0.0173	0.0171	0.0176
		II	-0.0059	0.0016	0.0060	0.0072	0.0066	0.0050	0.0029
		III	—	-0.0142	-0.0321	-0.0405	-0.0398	-0.0338	-0.0097

$\lambda$	曲げモーメントの方向	座標	1	2	3	4	5	6	7
1.00	$X_{u3}$	I	-0.0574	-0.0066	0.0107	0.0143	0.0139	0.0131	—
		II	-0.0347	-0.0036	0.0058	0.0069	0.0062	0.0073	—
		III	—	-0.0032	-0.0081	-0.0115	-0.0131	-0.0135	—
	$Y_{u3}$	I	-0.0096	0.0060	0.0207	0.0311	0.0370	0.0396	0.0415
		II	-0.0058	0.0023	0.0076	0.0102	0.0113	0.0116	0.0099
		III	—	-0.0191	-0.0486	-0.0690	-0.0786	-0.0812	-0.0524
	$X_{T3}$	I	-0.0352	-0.0001	0.0097	0.0091	0.0057	0.0029	—
		II	-0.0230	0.0005	0.0058	0.0049	0.0027	0.0017	—
		III	—	-0.0023	-0.0045	-0.0051	-0.0045	-0.0032	—
	$Y_{T3}$	I	-0.0059	0.0035	0.0104	0.0131	0.0125	0.0105	0.0093
		II	-0.0038	0.0021	0.0049	0.0051	0.0040	0.0026	0.0008
		III	—	-0.0136	-0.0272	-0.0307	-0.0268	-0.0195	-0.0021
1.25	$X_{u3}$	I	-0.0571	-0.0002	0.0132	0.0131	0.0116	0.0121	—
		II	-0.0346	0.0002	0.0068	0.0057	0.0044	0.0059	—
		III	—	-0.0045	-0.0099	-0.0129	-0.0139	-0.0139	—
	$Y_{u3}$	I	-0.0095	0.0099	0.0264	0.0361	0.0404	0.0414	0.0419
		II	-0.0058	0.0039	0.0091	0.0108	0.0113	0.0116	0.0094
		III	—	-0.0268	-0.0592	-0.0771	-0.0834	-0.0833	-0.0532
	$X_{T3}$	I	-0.0392	0.0034	0.0112	0.0084	0.0043	0.0019	—
		II	-0.0251	0.0025	0.0062	0.0041	0.0017	0.0009	—
		III	—	-0.0033	-0.0059	-0.0060	-0.0048	-0.0031	—
	$Y_{T3}$	I	-0.0065	0.0064	0.0147	0.0164	0.0139	0.0101	0.0078
		II	-0.0042	0.0033	0.0060	0.0055	0.0039	0.0024	0.0003
		III	—	-0.0198	-0.0353	-0.0361	-0.0285	-0.0183	-0.0001



$\lambda$	曲げモーメントの方向	座標	1	2	3	4	5	6	7
1.50	$X_{u3}$	I	-0.0569	0.0047	0.0138	0.0113	0.0095	0.0110	—
		II	-0.0345	0.0028	0.0067	0.0044	0.0030	0.0047	—
		III	—	-0.0057	-0.0112	-0.0136	-0.0142	-0.0140	—
	$Y_{u3}$	I	-0.0095	0.0137	0.0309	0.0389	0.0418	0.0420	0.0417
		II	-0.0057	0.0053	0.0100	0.0109	0.0111	0.0115	0.0091
		III	—	-0.0344	-0.0672	-0.0815	-0.0850	-0.0839	-0.0553
	$X_{T3}$	I	-0.0421	0.0065	0.0114	0.0071	0.0032	0.0013	—
		II	-0.0267	0.0041	0.0060	0.0031	0.0010	0.0004	—
		III	—	-0.0044	-0.0070	-0.0066	-0.0048	-0.0028	—
	$Y_{T3}$	I	-0.0070	0.0094	0.0183	0.0185	0.0144	0.0094	0.0064
		II	-0.0044	0.0044	0.0067	0.0056	0.0038	0.0022	0.0001
		III	—	-0.0262	-0.0419	-0.0394	-0.0289	-0.0169	0.0006
1.75	$X_{u3}$	I	-0.0568	0.0082	0.0133	0.0097	0.0081	0.0101	—
		II	-0.0344	0.0047	0.0061	0.0034	0.0022	0.0038	—
		III	—	-0.0069	-0.0122	-0.0140	-0.0142	-0.0140	—
	$Y_{u3}$	I	-0.0095	0.0172	0.0343	0.0405	0.0423	0.0422	0.0414
		II	-0.0057	0.0065	0.0105	0.0108	0.0108	0.0114	0.0091
		III	—	-0.0415	-0.0731	-0.0837	-0.0853	-0.0840	-0.0579
	$X_{T3}$	I	-0.0441	0.0088	0.0108	0.0059	0.0025	0.0009	—
		II	-0.0277	0.0053	0.0053	0.0023	0.0006	0.0001	—
		III	—	-0.0054	-0.0078	-0.0069	-0.0048	-0.0026	—
	$Y_{T3}$	I	-0.0074	0.0124	0.0212	0.0198	0.0144	0.0088	0.0054
		II	-0.0046	0.0054	0.0071	0.0056	0.0036	0.0020	-0.0000
		III	—	-0.0323	-0.0470	-0.0413	-0.0286	-0.0156	0.0006

$\lambda$	曲げモーメントの方向	座標	1	2	3	4	5	6	7
2.00	$X_{u3}$	I	-0.0568	0.0106	0.0124	0.0086	0.0073	0.0095	—
		II	-0.0344	0.0058	0.0053	0.0027	0.0018	0.0032	—
		III	—	-0.0080	-0.0129	-0.0141	-0.0142	-0.0140	—
	$Y_{u3}$	I	-0.0095	0.0205	0.0368	0.0413	0.0423	0.0423	0.0413
		II	-0.0057	0.0075	0.0107	0.0107	0.0106	0.0112	0.0091
		III	—	-0.0481	-0.0773	-0.0847	-0.0851	-0.0840	-0.0605
	$X_{T3}$	I	-0.0457	0.0105	0.0099	0.0050	0.0022	0.0008	—
		II	-0.0285	0.0060	0.0045	0.0017	0.0004	0.0000	—
		III	—	-0.0063	-0.0085	-0.0070	-0.0047	-0.0024	—
	$Y_{T3}$	I	-0.0076	0.0153	0.0234	0.0205	0.0143	0.0083	0.0047
		II	-0.0048	0.0063	0.0073	0.0055	0.0035	0.0019	-0.0001
		III	—	-0.0380	-0.0508	-0.0422	-0.0282	-0.0146	0.0006
2.25	$X_{u3}$	I	-0.0567	0.0122	0.0114	0.0078	0.0069	0.0089	—
		II	-0.0343	0.0065	0.0045	0.0022	0.0016	0.0028	—
		III	—	-0.0090	-0.0134	-0.0142	-0.0141	-0.0140	—
	$Y_{u3}$	I	-0.0095	0.0235	0.0386	0.0417	0.0422	0.0423	0.0413
		II	-0.0057	0.0084	0.0108	0.0106	0.0105	0.0111	0.0091
		III	—	-0.0540	-0.0802	-0.0851	-0.0848	-0.0841	-0.0629
	$X_{T3}$	I	-0.0469	0.0117	0.0089	0.0043	0.0021	0.0008	—
		II	-0.0291	0.0064	0.0038	0.0013	0.0004	0.0000	—
		III	—	-0.0072	-0.0089	-0.0071	-0.0046	-0.0023	—
	$Y_{T3}$	I	-0.0078	0.0179	0.0250	0.0208	0.0141	0.0079	0.0042
		II	-0.0049	0.0070	0.0074	0.0054	0.0035	0.0018	-0.0001
		III	—	-0.0433	-0.0534	-0.0426	-0.0279	-0.0138	0.0005

$\lambda$	曲げモーメントの方向	座標	1	2	3	4	5	6	7
2.50	$X_{u3}$	I	-0.0567	0.0132	0.0104	0.0074	0.0068	0.0085	—
		II	-0.0342	0.0067	0.0039	0.0019	0.0015	0.0025	—
		III	—	-0.0099	-0.0137	-0.0142	-0.0141	-0.0140	—
	$Y_{u3}$	I	-0.0094	0.0262	0.0398	0.0418	0.0420	0.0424	0.0413
		II	-0.0057	0.0090	0.0109	0.0106	0.0105	0.0110	0.0091
		III	—	-0.0593	-0.0822	-0.0852	-0.0847	-0.0842	-0.0650
	$X_{T3}$	I	-0.0478	0.0123	0.0079	0.0039	0.0021	0.0008	—
		II	-0.0296	0.0065	0.0031	0.0011	0.0004	0.0001	—
		III	—	-0.0080	-0.0092	-0.0071	-0.0046	-0.0022	—
	$Y_{T3}$	I	-0.0080	0.0204	0.0262	0.0209	0.0140	0.0077	0.0038
		II	-0.0049	0.0075	0.0074	0.0053	0.0034	0.0018	-0.0001
		III	—	-0.0481	-0.0553	-0.0428	-0.0276	-0.0132	0.0006
2.75	$X_{u3}$	I	-0.0566	0.0136	0.0095	0.0071	0.0067	0.0081	—
		II	-0.0341	0.0068	0.0033	0.0018	0.0015	0.0023	—
		III	—	-0.0106	-0.0139	-0.0142	-0.0141	-0.0141	—
	$Y_{u3}$	I	-0.0094	0.0286	0.0407	0.0418	0.0419	0.0424	0.0413
		II	-0.0057	0.0096	0.0108	0.0105	0.0104	0.0109	0.0092
		III	—	-0.0639	-0.0836	-0.0853	-0.0846	-0.0844	-0.0669
	$X_{T3}$	I	-0.0486	0.0126	0.0071	0.0037	0.0021	0.0008	—
		II	-0.0299	0.0064	0.0026	0.0009	0.0004	0.0001	—
		III	—	-0.0087	-0.0094	-0.0071	-0.0046	-0.0021	—
	$Y_{T3}$	I	-0.0081	0.0226	0.0269	0.0210	0.0140	0.0075	0.0035
		II	-0.0050	0.0080	0.0073	0.0053	0.0034	0.0017	-0.0001
		III	—	-0.0523	-0.0566	-0.0428	-0.0274	-0.0126	0.0008

$\lambda$	曲げモーメントの方向	座標	1	2	3	4	5	6	7
3.00	$X_{u3}$	I	-0.0565	0.0137	0.0089	0.0070	0.0067	0.0078	—
		II	-0.0340	0.0066	0.0028	0.0017	0.0015	0.0021	—
		III	—	-0.0113	-0.0141	-0.0142	-0.0141	-0.0141	—
	$Y_{u3}$	I	-0.0094	0.0308	0.0412	0.0418	0.0418	0.0424	0.0413
		II	-0.0057	0.0100	0.0108	0.0105	0.0104	0.0108	0.0092
		III	—	-0.0679	-0.0845	-0.0853	-0.0846	-0.0845	-0.0687
	$X_{T3}$	I	-0.0492	0.0126	0.0064	0.0036	0.0021	0.0008	—
		II	-0.0301	0.0062	0.0021	0.0009	0.0005	0.0002	—
		III	—	-0.0093	-0.0096	-0.0071	-0.0045	-0.0020	—
	$Y_{T3}$	I	-0.0082	0.0245	0.0274	0.0209	0.0139	0.0073	0.0033
		II	-0.0050	0.0084	0.0073	0.0053	0.0034	0.0017	-0.0001
		III	—	-0.0560	-0.0576	-0.0429	-0.0272	-0.0121	0.0010

### 3. 使用例

#### 3.1 例-1

図-3.1 に示すように四辺固定版に  $10t/m^2$  の等分布荷重が作用した時、図示する点の曲げモーメントを求める。

$$\lambda = l_x/l_y = 5.0/5.0 = 1.0$$

四辺固定版の  $\lambda = 1.0$  の等分布荷重の表から曲げモーメント係数を求める。

$\alpha$  なる点は表では I1 であるから、その点の曲げモーメント係数は  $X = -0.0513$ ,  $Y = -0.0086$

従って

$$M_x = -0.0513 \times 5.0^2 \times 10 = -12.83t \cdot m$$

$$M_y = -0.0086 \times 5.0^2 \times 10 = -2.15t \cdot m$$

同様に  $\beta$  なる点は表では I3 であるから  $X = 0.0206$ ,  $Y = 0.0206$  を得る。

従って

$$M_x = 0.0206 \times 5.0^2 \times 10 = 5.15t \cdot m$$

$$M_y = 0.0206 \times 5.0^2 \times 10 = 5.15t \cdot m$$

$\delta$  なる点は表では II2 の点であるから  $X = 0.0059$ ,  $Y = 0.0059$  を得る。

従って

$$M_x = 0.0059 \times 5.0^2 \times 10 = 1.50t \cdot m$$

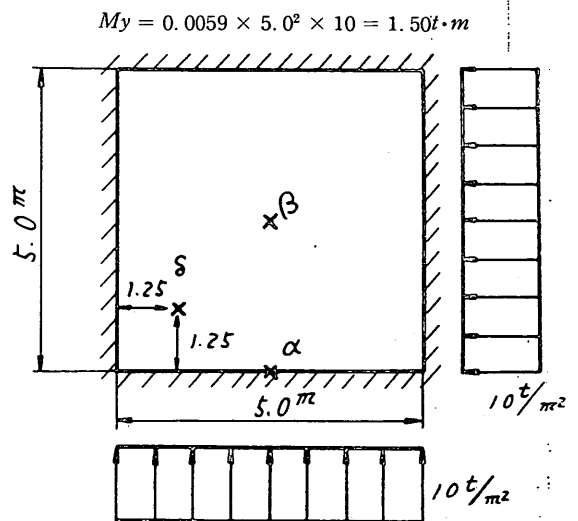


図-3.1 四辺固定版 (等分布荷重)

#### 3.2 例-2

図-3.2 のように、三辺固定一辺自由版に三角形荷重が作用する時、図示する点の曲げモーメントを求める。

$$\lambda = l_x/l_y = 10.0/5.0 = 2.0$$

三辺固定一辺自由版の  $\lambda = 2.0$  の三角形分布荷重の表から曲げモーメント係数を求める。

$\alpha$ なる点は表では I 1 であるから、その点の曲げモーメント係数は  $X = -0.0457$ ,  $Y = -0.0076$

従って

$$M_x = -0.0457 \times 5.0^2 \times 8.0 = -9.14t \cdot m$$

$$M_y = -0.0076 \times 5.0^2 \times 8.0 = -1.52t \cdot m$$

同様に  $\beta$ なる点は表では I 4 であるから  $X = 0.0050$ ,  $Y = 0.0205$  を得る。

従って

$$M_x = 0.0050 \times 5.0^2 \times 8.0 = 1.0t \cdot m$$

$$M_y = 0.0205 \times 5.0^2 \times 8.0 = 4.1t \cdot m$$

又  $r$ なる点は表では III 4 であるから  $X = -0.0070$ ,  $Y = -0.0422$  を得る。

従って

$$M_x = -0.0070 \times 5.0^2 \times 8.0 = -1.40t \cdot m$$

$$M_y = -0.0422 \times 5.0^2 \times 8.0 = -8.44t \cdot m$$

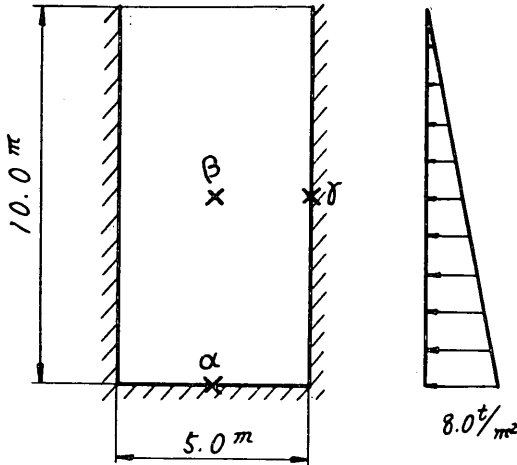


図-3.2 三辺固定一辺自由版 (三角形分布荷重)

### 3.3 例-3

図-3.3 のように三辺固定一辺自由版に台形荷重が働く時、図示する点の曲げモーメントを求める。

まず荷重を図-3.4 に示すように  $2t/m^2$  の等分布荷重と  $3t/m^2$  の三角形分布荷重に分ける。

等分布荷重について 例-1, 例-2 の場合と同様にして曲げモーメント係数を求める。 $\lambda = 10.0/5.0 = 2.0$  であるから三辺固定一辺自由版の  $\lambda = 2.0$  の等分布荷重の表を用いる。

$$\alpha \text{ なる点について } M_x = -0.0568 \times 5.0^2 \times 2.0 = -2.84t \cdot m$$

$$M_y = -0.0095 \times 5.0^2 \times 2.0 = -0.48t \cdot m$$

$$\beta \text{ なる点について } M_x = 0.0086 \times 5.0^2 \times 2.0 = -0.43t \cdot m$$

$$M_y = 0.0413 \times 5.0^2 \times 2.0 = 2.07t \cdot m$$

$r$  なる点について

$$M_x = -0.0141 \times 5.0^2 \times 2.0 = -0.71t \cdot m$$

$$M_y = -0.0847 \times 5.0^2 \times 2.0 = -4.24t \cdot m$$

三角形分布荷重についても全く同様にして

$\alpha$  なる点について

$$M_x = -0.0457 \times 5.0^2 \times 3.0 = -3.43t \cdot m$$

$$M_y = -0.0076 \times 5.0^2 \times 3.0 = -0.57t \cdot m$$

$\beta$  なる点について

$$M_x = 0.0050 \times 5.0^2 \times 3.0 = 0.38t \cdot m$$

$$M_y = 0.0205 \times 5.0^2 \times 3.0 = 1.54t \cdot m$$

$r$  なる点について

$$M_x = -0.0070 \times 5.0^2 \times 3.0 = -0.52t \cdot m$$

$$M_y = -0.0422 \times 5.0^2 \times 3.0 = -3.17t \cdot m$$

従って台形分布荷重による曲げモーメントはこれらの荷重による曲げモーメントをそれぞれ加えれば、求められる。

$$\alpha \text{ なる点について } M_x = -2.84 - 3.43 = -6.27t \cdot m$$

$$M_y = -0.48 - 0.57 = -1.05t \cdot m$$

$$\beta \text{ なる点について } M_x = 0.43 + 0.38 = 0.81t \cdot m$$

$$M_y = 2.07 + 1.54 = 3.61t \cdot m$$

$$r \text{ なる点について } M_x = -0.71 - 0.52 = -1.23t \cdot m$$

$$M_y = -4.24 - 3.17 = -7.41t \cdot m$$

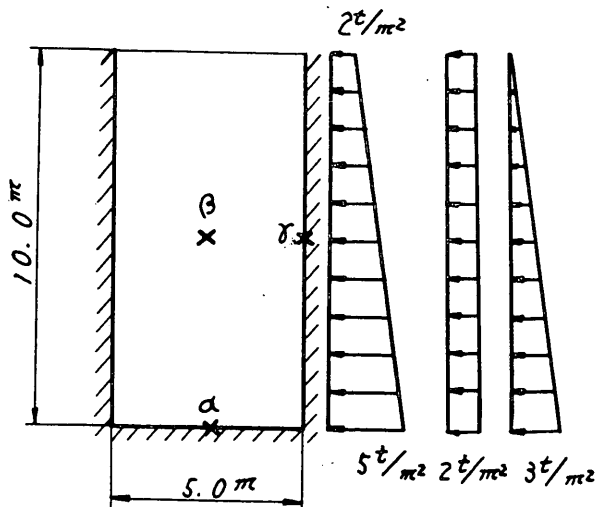


図-3.3 三辺固定一辺自由版 (台形荷重)

図-3.4 台形荷重の分割

4. 従来の計算図表との比較

ついて多くの計算図表が発表されているが、代表的なものをまとめると表-4.1のようになる。

4.1 従来の計算図表

いままでに三辺固定一辺自由版、および四辺固定版に

表-4.1 各計算図表の概要

方法	版の支条件	荷重	辺長比	階差法の場合のメッシュ	方法の概略	文献
3 建法	三辺固定 一辺自由版	等分布荷重 三角形分布荷重	1:1 1:1.25 1:1.5 1:1.75 1:2.0 1:2.25 1:2.50 1:2.75 1:3.0	8 × 8	版の基礎方程式を階差方程式に変形し、支条件を代入して連立方程式によって解いた。階差方程式は普通精度の階差法である。ポアソン比 $\nu = 1/6$ で計算している。	港湾構造物の設計計算における Digital Computer の応用について(その1)昭和36年3月(3建調設)
	四辺固定版	等分布荷重 三角形分布荷重	1:1 1:1.25 1:1.5	8 × 8		
2 建法	三辺固定 一辺自由版	等分布荷重 三角形分布荷重	0.9:1.0 0.7:1.0 0.5:1.0 0.3:1.0	6 × 6	同上 その他に集中荷重についても解いている。	版の計算図表第1集~第3集 昭和38年2月(2建調設)
	四辺固定版	等分布荷重 三角形分布荷重	0.9:1.0 0.7:1.0 0.5:1.0 0.3:1.0	6 × 6		
成岡法	三辺固定 一辺自由版	等分布荷重 三角形分布荷重	1:1 1:1.25 1:1.50 1:1.75 1:2.00	辺長比 1:1 4×4 1:1.25 4×5 1:1.50 4×6 1:1.75 4×7 1:2.00 4×8	版の基礎方程式を Zurmühl の改良階差方程式に変形し、支条件を代入して連立方程式によって解いた。Zurmühl 階差式は普通精度の階差法より精度が高いといわれている。ポアソン比 $\nu = 1/6$ で計算している。	土木学会誌 第44巻, 第7号
山田法	三辺固定 一辺自由版	等分布荷重 三角形分布荷重	1:1 0.75:1.0 0.50:1.0 0.25:1.0 0.10:1.0		版の基礎方程式を Levy の解を重ね合わせて解き、支条件を代入して積分定数をきめる方法である。積分定数をきめるに当っては、フーリエ展開により無限級数に展開し、連立方程式を解いた。数値計算のはんざつさより固定辺のみしか計算していない。有効数字2ケタといわれる。ポアソン比 $\nu = 0.3$ で計算している。	機械学会論文集 20, 99
水野・吉村法	三辺固定 一辺自由版	三角形分布荷重	1:1.0 1:1.5 1:2.0	4 × 4	無限巾の広い長さ $b$ なる片持版を考え、これに三角形荷重を作用させる。(第1系) この片持版の水平方向に間隔 $a$ 毎に周期的にある力を加え、第1系のたわみと同一ならしめるようにする。(第2系) 第2系から第1系を差し引けば巾 $a$ 高さ $b$ なる三辺固定一辺自由版に三角形分布荷重が作用する場合の解が得られる。ポアソン比 $\nu = 1/6$ で計算している。	土木学会誌 第36巻, 第4号

表-4.1にあげた他に Theory of Plates and Shells (Timoshenko, Woinowsky) の中に Smotrov (ソ連, 1936年), Crenzy (ドイツ, 1955年) が計算した表(特別な点についてのみ)がある。Smotrov は Levy 型の解を重ね合

せて解いたようであるが, Crenzy はどのようにして解いたか不明である。又, 構造設計データブック(ソ連で用いられている設計便覧; 参考文献7)参照)にも計算図表(特別な点についてのみ)が示されているが, これもど

のようにして解いたか不明である。このようなことからこれらについては表-4.1では省略している。

#### 4.2 従来の計算値との比較

本報告の計算値と、港湾関係でよく用いられてきた2建, 3建の計算値との比較をしてみよう。

三辺固定一辺自由版, 四辺固定版の固定辺の中央点 ( $\alpha$ ,  $r$ ) および版の中央点 ( $\beta$ ) の曲げモーメント係数を縦軸にとり, 横軸に辺長比をとって比較したものが図-4.1~図-4.4 である。

これらの図をみると, 四辺固定版に等分布荷重が作用する場合, 2建, 3建の計算値と本報告値とは比較的よく一致している。しかし四辺固定版に三角形分布荷重が作用するときは辺長比が1.0以下となるとその相違は比較的大きくなる。三辺固定一辺自由版の場合で辺長比が1.0以上のときは20%程度の相違があることがある。又辺長比が1.0以下のときはその相違は徐々に大きくなり特に辺長比が0.5以下となると50%程度の相違になる場合がある。これは2建, 3建の計算値は階差法によるものであるため, 階差法の誤差があらわれていると考えられる。四辺単純支承正方形版が等分布荷重を受ける場合メッシュ4×4で階差法で解くと解析法と比べて曲げモーメント係数で最大5%, メッシュ8×8で最大2.4%の誤差があり, 又四辺固定正方形版が等分布荷重を受ける場合メッシュ4×4で最大8%程度の誤差があることが報告されている。しかし一般に等分布, あるいは三角形分布荷重を受ける長方形版を階差法で解いたときどの程度の誤差があるかは一般公式がないので1つ1つ解いて解析法と比較するしか手法がない。したがって, 特に三辺固定一辺自由版の場合の階差法の精度はよくない場合もあると理解するのが妥当である。なお, 2建, 3建の計算値を対応させると辺長比1.0で一致しないのは2建が6×6メッシュ, 3建が8×8メッシュで計算したためである。

#### 5. あとがき

本報告は階差法と異なって相当精度の高いもので, より正確に版の計算ができることを確信している。同様の方法で集中荷重が載荷される版についても計算されるとより便利になろう。

本報告は比較的よく用いられる辺長比の版の25点(四辺固定版), 35点(三辺固定一辺自由版)における曲げモーメント係数のみを示しているが, 任意の辺長比の任意の点のたわみ, 曲げモーメント, セン断力, 支持反力, たわみ角を求める Programming が完成しており, 詳細に検討する場合はこの Programming を大いに利用してい

ただきたいと願っている。

とりまとめに当って, 計算法や計算式の誘導, 従来の計算図表の調査およびそれとの比較については主として堀井が, 計算式の Programming や演算, 計算式の Check は主として本が担当した。

三辺固定一辺自由版の計算に当っては, 山田和英博士の助言をうけたが, ここに感謝の意を表したい。

また, 本報告のとりまとめに当って, 総括的に御指示頂いた設計基準部 北村部長, 北島課長, 阪本主任研究官, 図表作成に協力頂いた柿崎技官, 花木技官, 田原技官に厚くお礼申し上げます。

#### 参考文献

- 1) Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger, "Theory of Plates and Shells"
  - 2) 山田 和英, "三辺固定一辺自由な長方形平板の曲げ", 機械学会論文集 20, 99, 昭和29年
  - 3) 第三港湾建設局神戸調査設計事務所, "港湾構造物の設計計算における Digital Computer の応用について(その1)", 昭和36年3月
  - 4) 第二港湾建設局横浜調査設計事務所, "版の計算図表第1集~第3集", 昭和38年2月
  - 5) 成岡 船越, 山本, 小林, "三辺固定一辺自由な矩形版が等分布荷重および等変分布荷重を受ける場合のタワミおよび曲げについて", 土木学会誌, 第44巻, 第7号
  - 6) 水野, 吉村, "三辺固定一辺自由矩形版の計算およびその応用", 土木学会誌, 第36巻, 第4号
  - 7) ウリッキー, サマリョートフ, リーフキン, ドゥイハビチヌイ共著, 川股, 原, 杉浦共訳, "構造設計データブック", 宇野書店
  - 8) 成岡 昌夫, "構造力学IV, 階差法とその構造力学への応用", 土木学会誌, 第43巻, 第7号
  - 9) スミルノフ, "高等数学教程(4)", 共立出版
  - 10) 清水辰次郎, "応用数学", 朝倉書店
  - 11) 安部 清孝, "実用フーリエ級数", 森北出版
  - 12) 四野宮哲郎, "階差法により平板を解く場合の精度について", 岐阜大学工学部研究報告, 第10号
  - 13) 四野宮哲郎, "階差法により平板を解く場合の精度について(続報)", 岐阜大学工学部研究報告, 第12号
- (昭和42年12月26日受付)

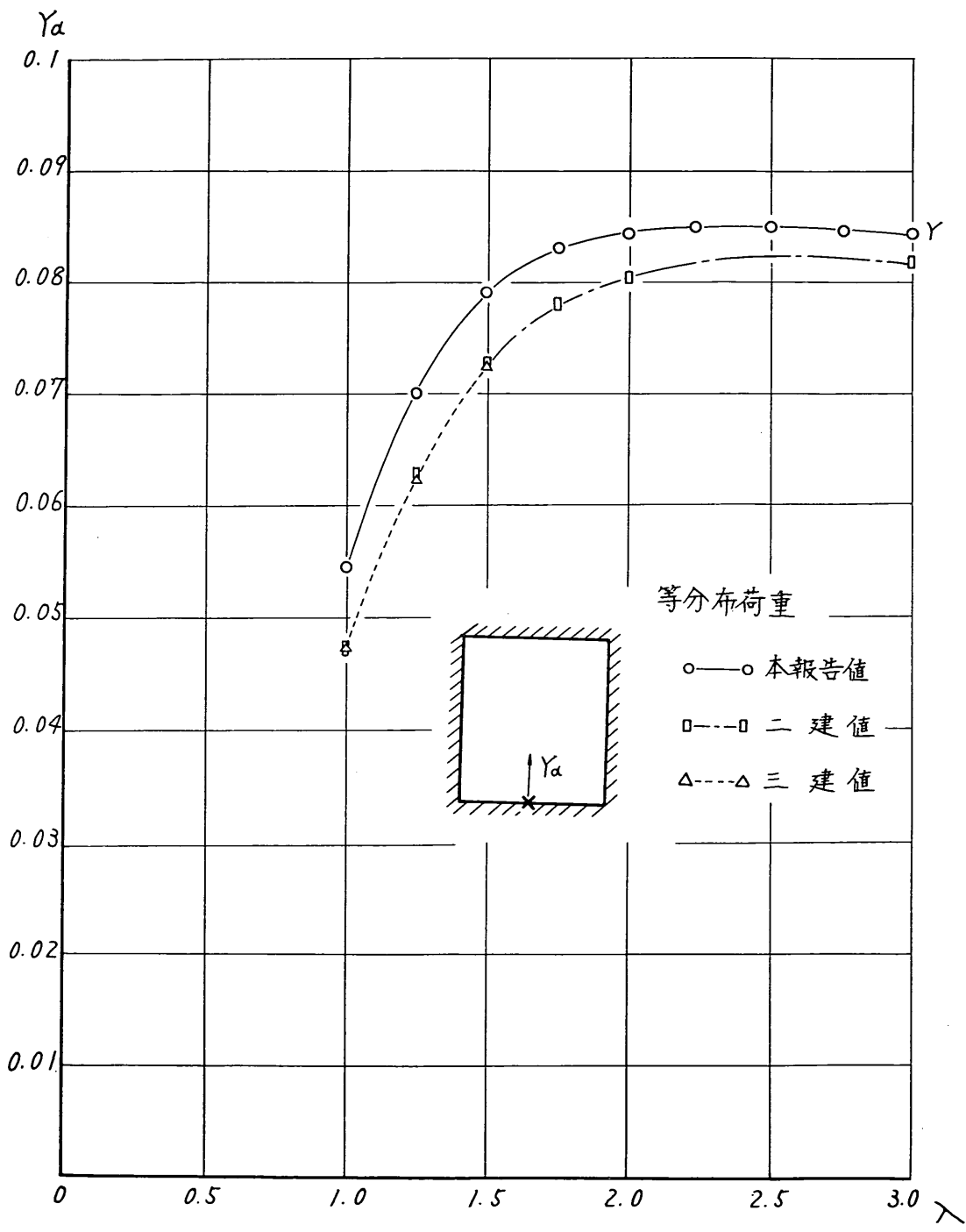


図 - 4.1 (a) 二, 三建図表との比較



$X_B$  or  $Y_B$

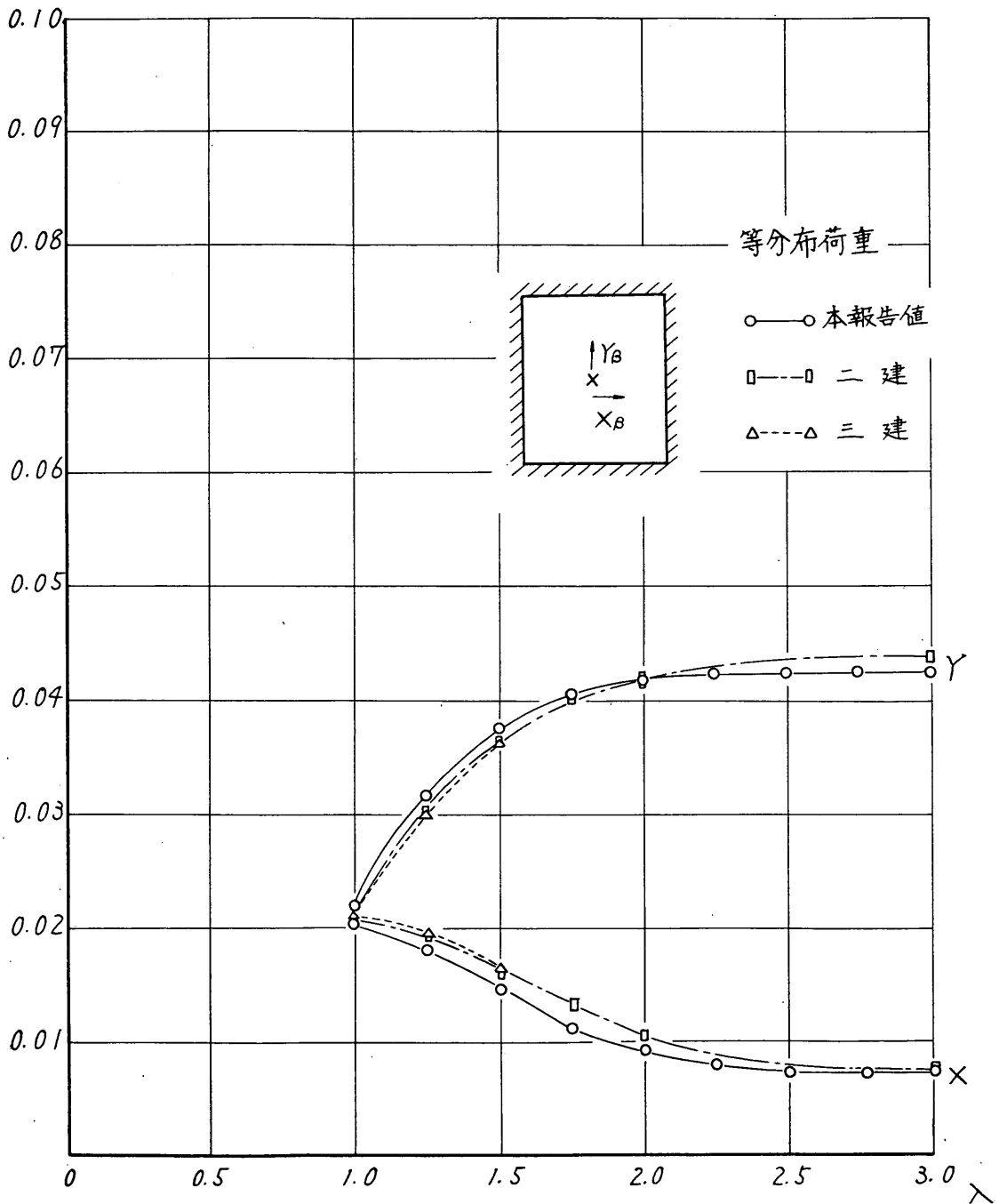


圖-4.1 (b)

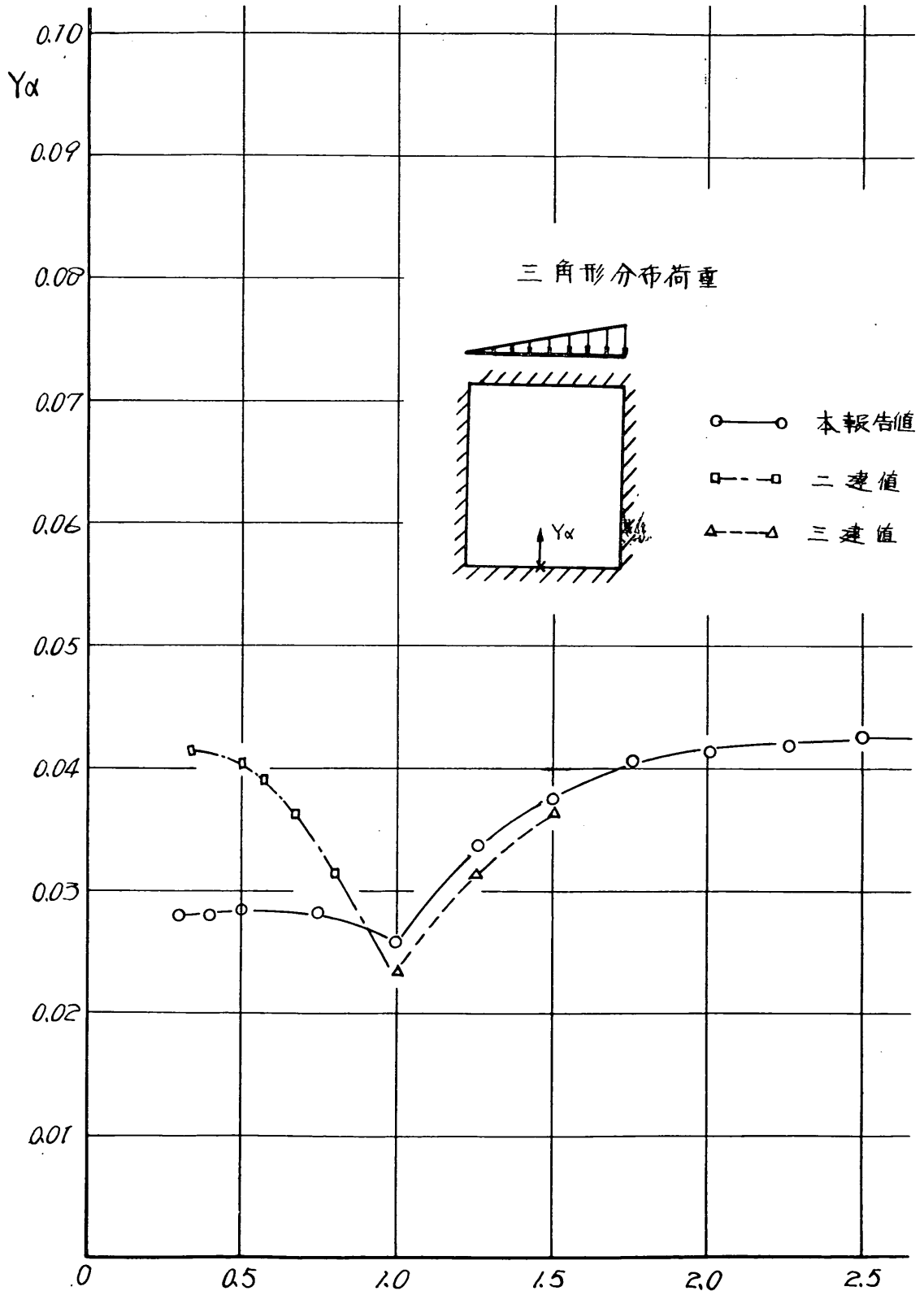


図 - 4.2 (a) 二, 三建図表との比較

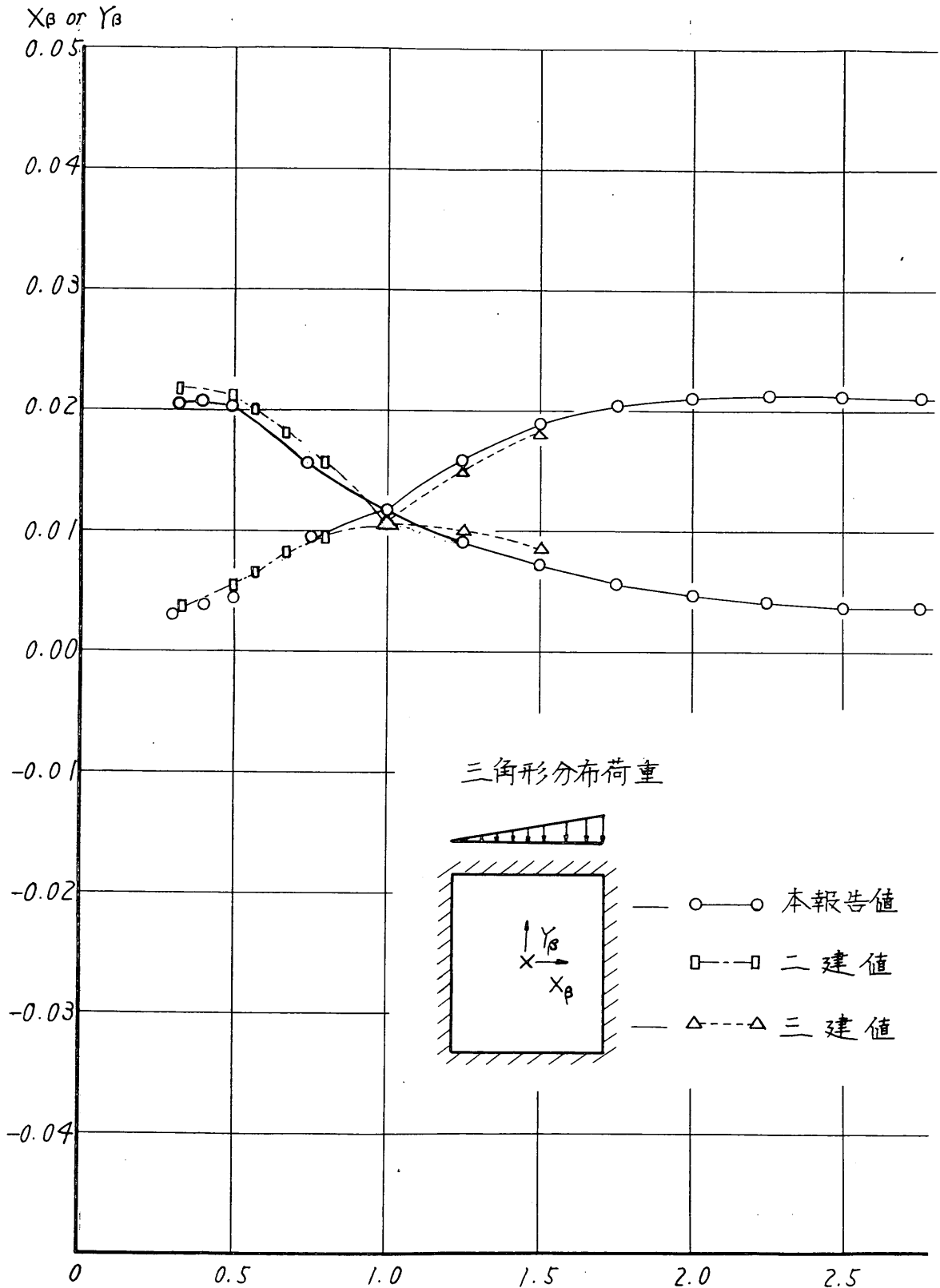


圖-4.2 (b)

$X_{\delta}$

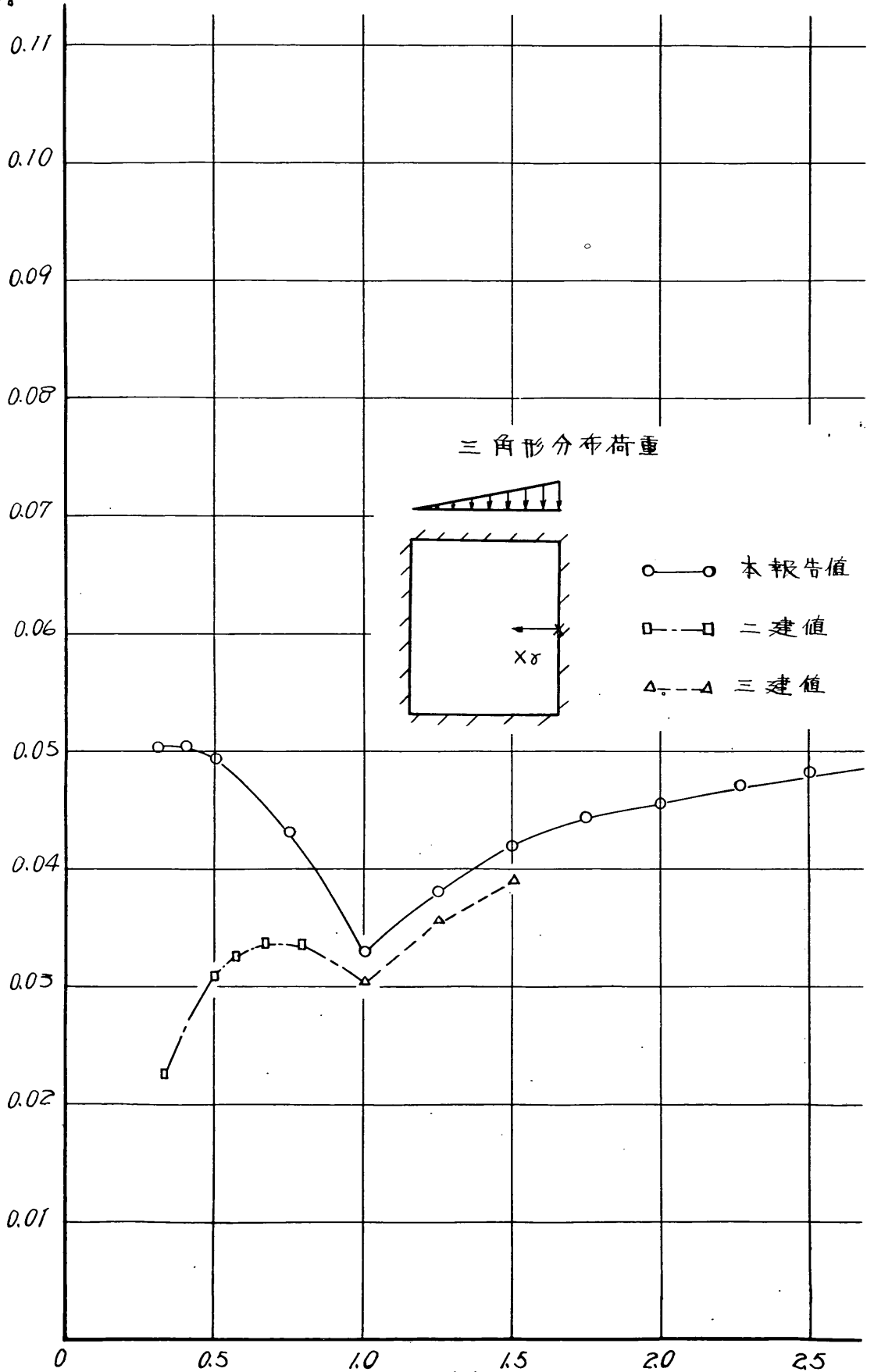


圖-4.2 (c)  
— 25 —

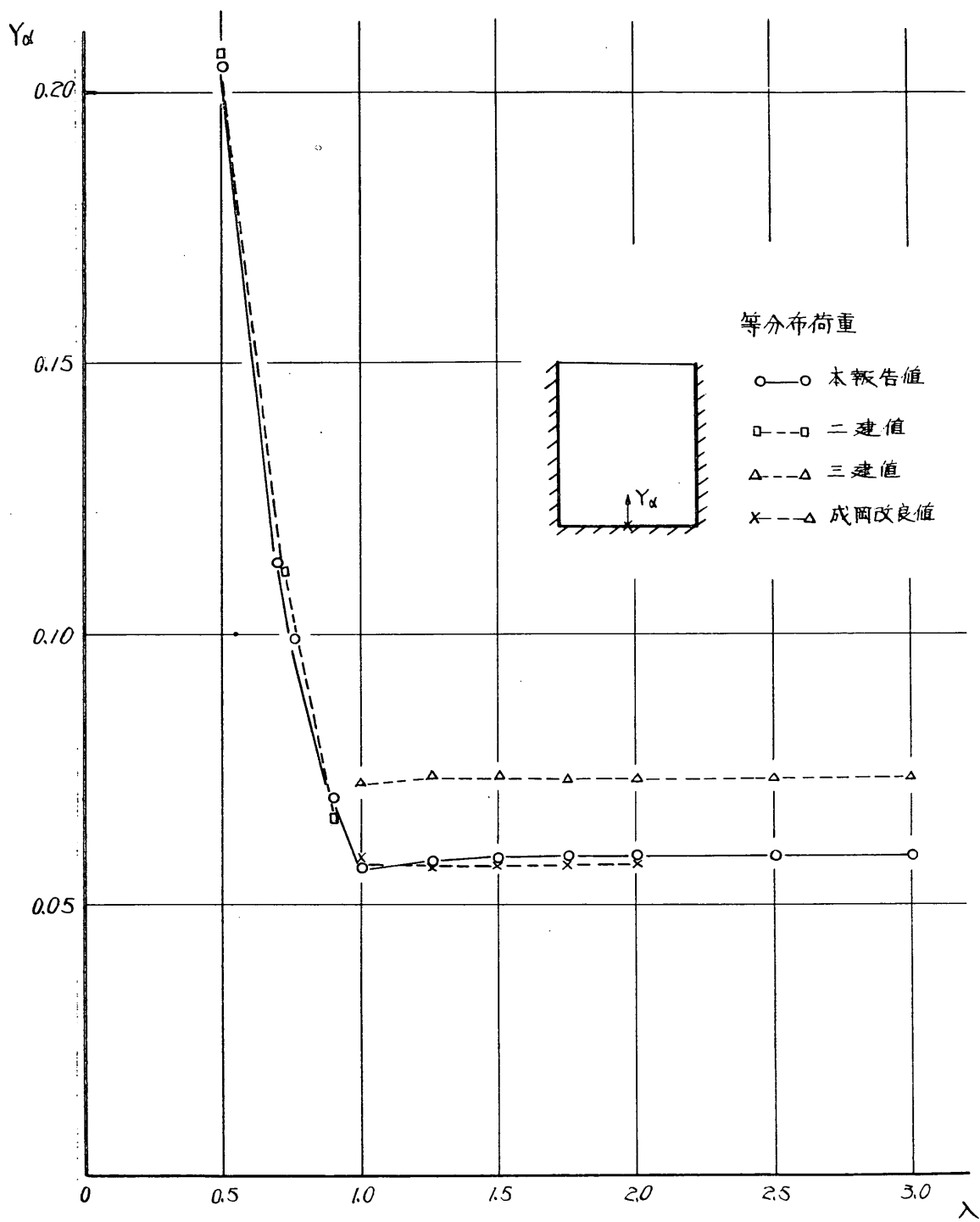


図-4.3 (a) 二, 三建図表ならびに成岡改良値との比較

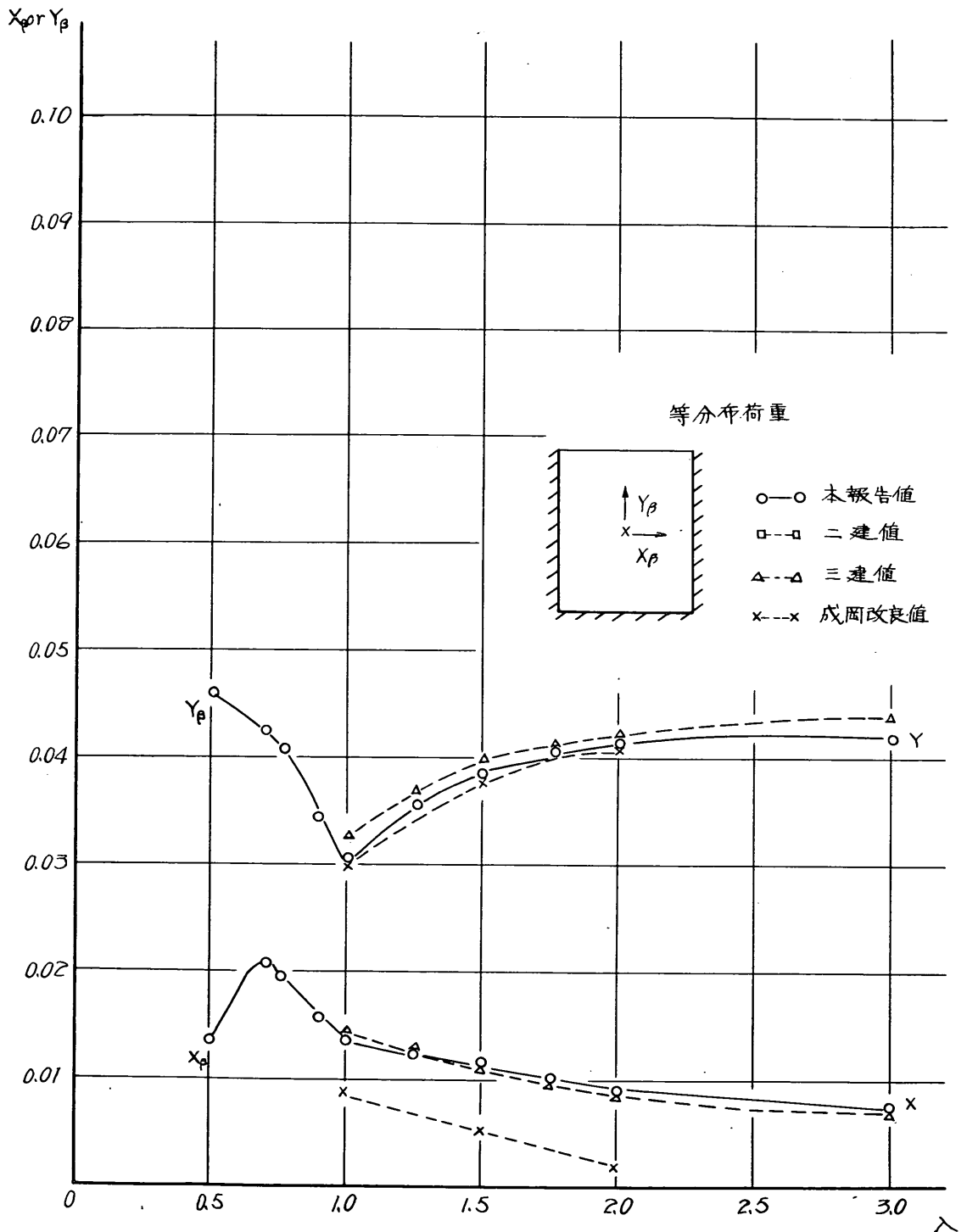


圖-4.3 (b)

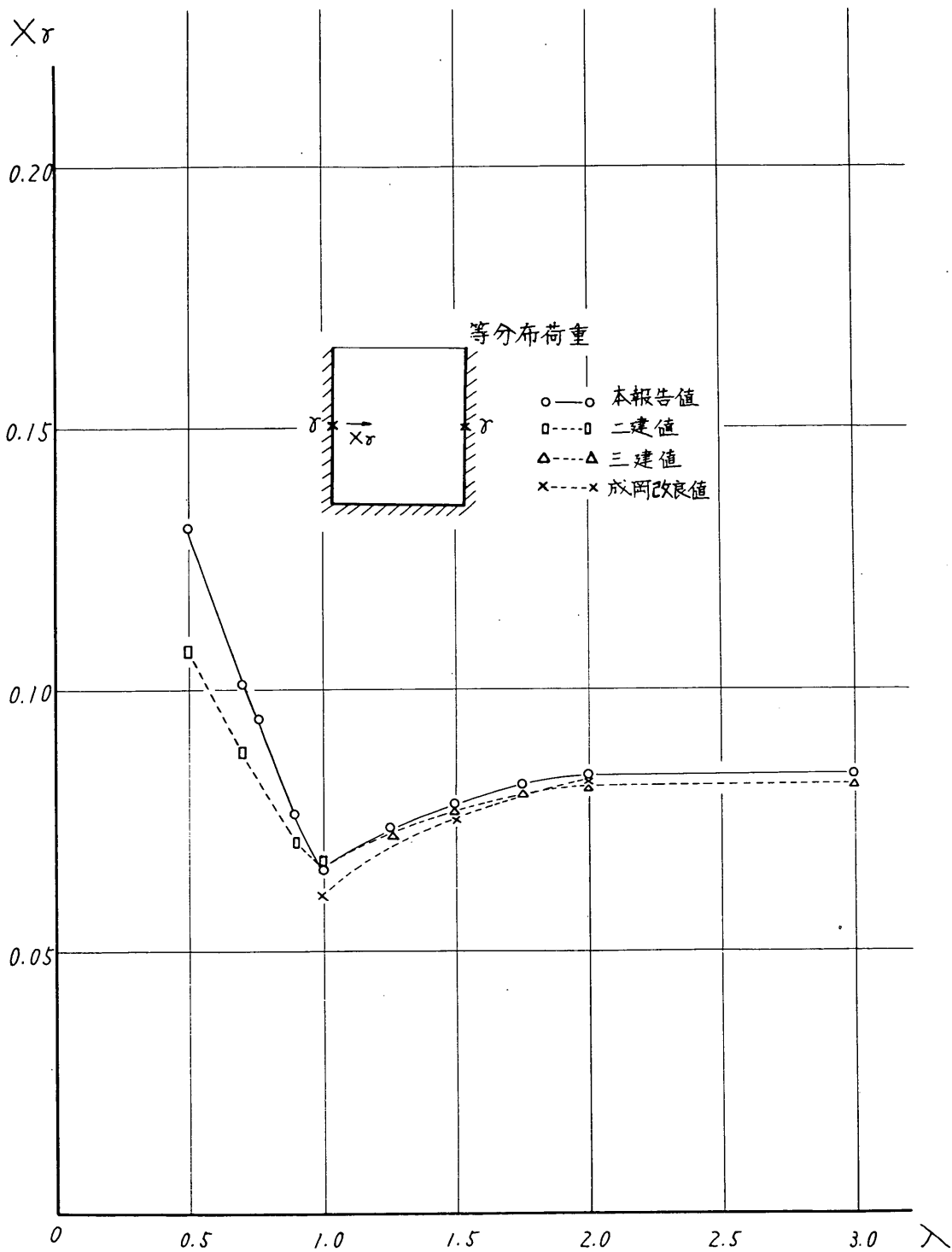


图-4.3 (c)

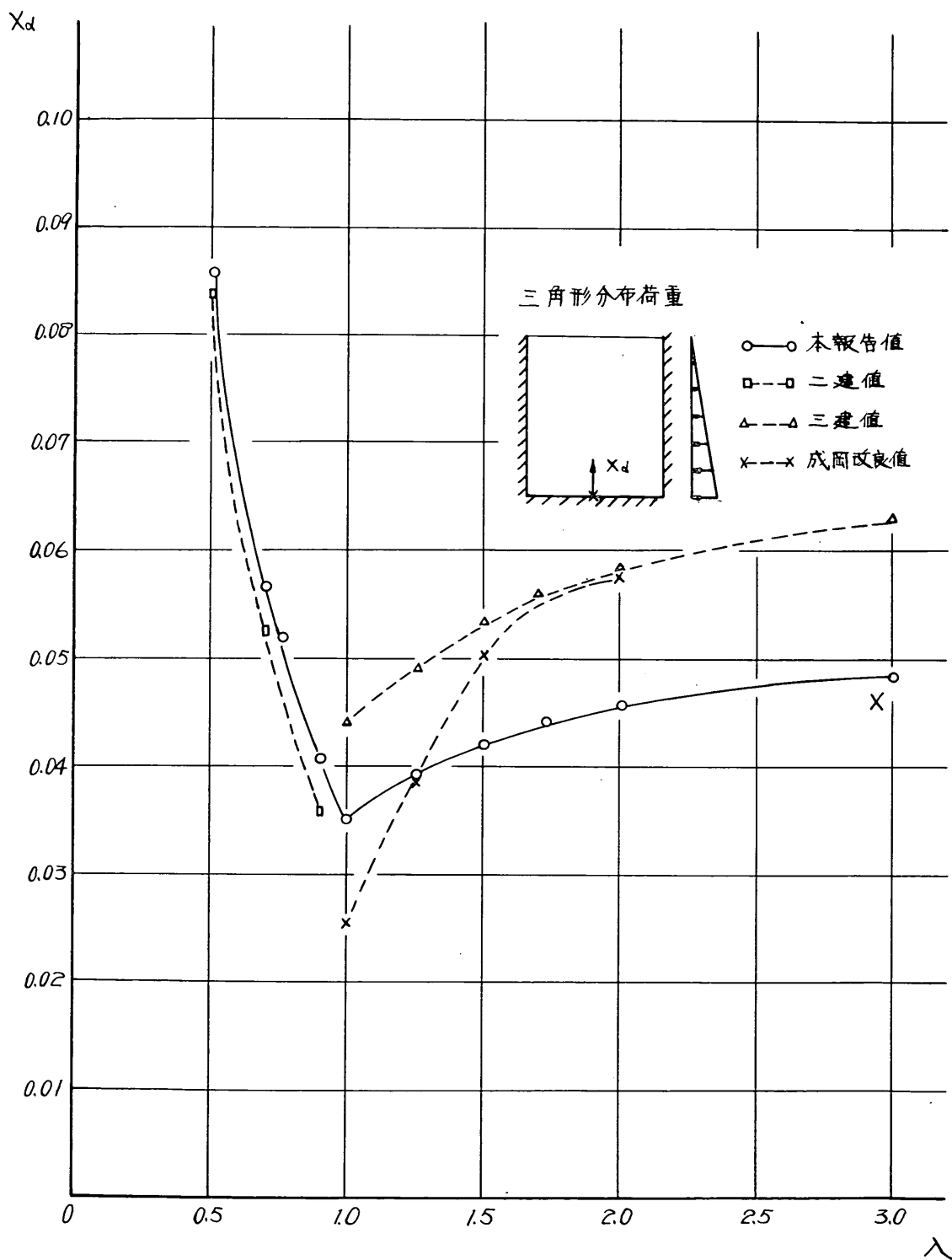


図-4.4 (a) 二, 三建図表ならびに成岡改良値との比較



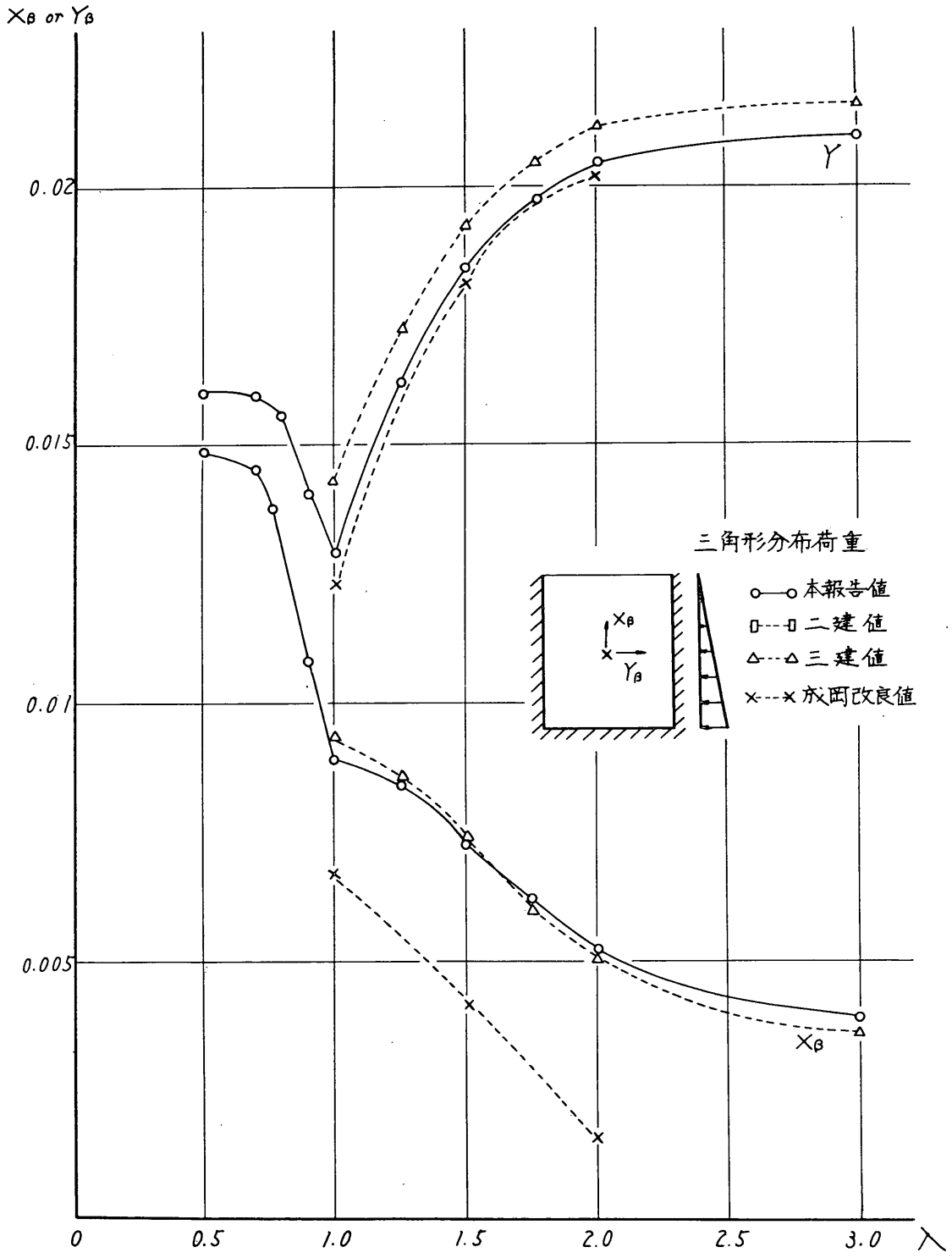


图-4.4 (b)

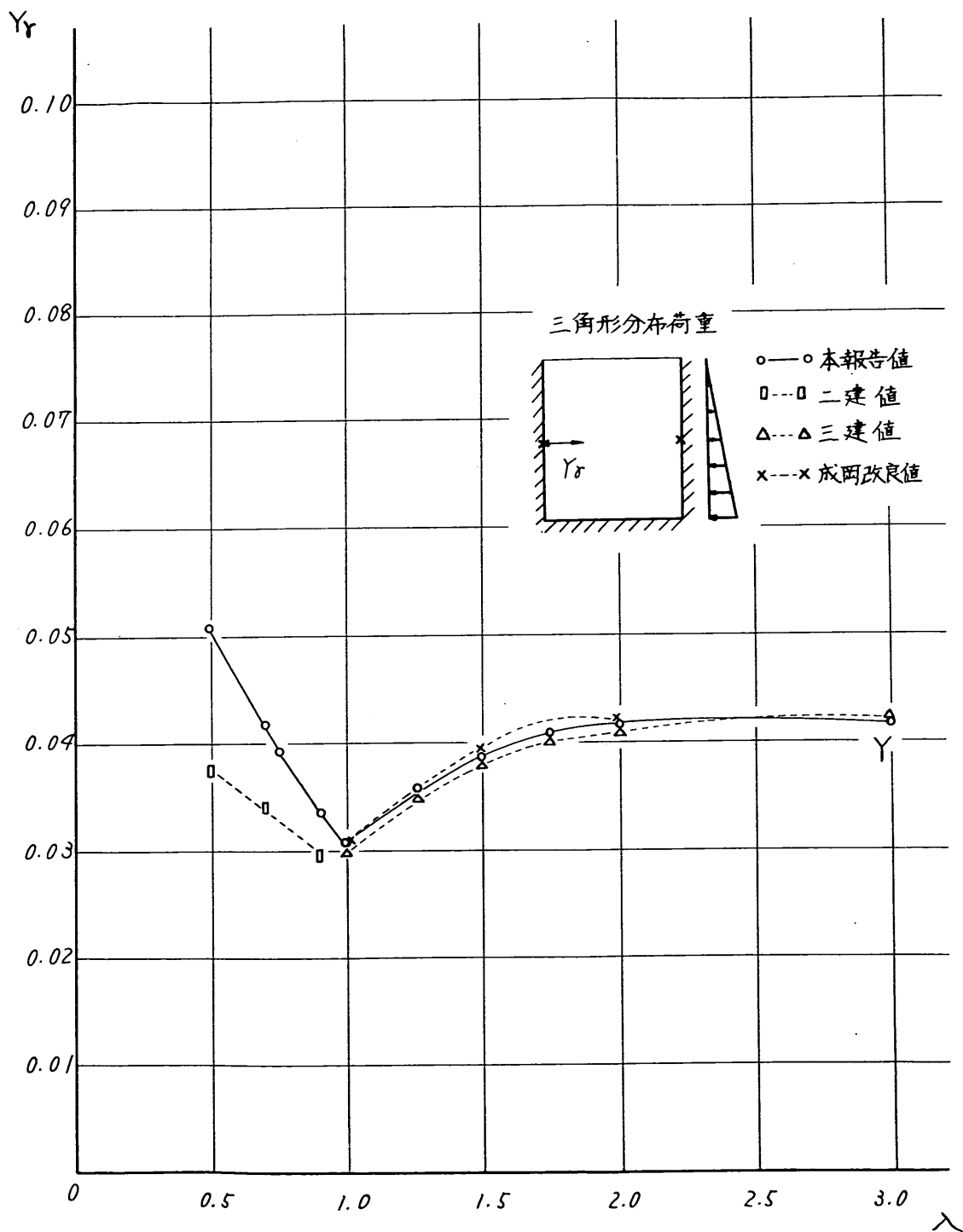


圖-4.4 (c)

付 録 計算法と計算式の誘導

1. 版の基礎方程式

周知のように版の基礎方程式は次式で表わせる。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D}$$

$w$  ; たわみ

$p$  ; 荷重強度

$D$  ; 版の剛度  $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$

ここに

$E$  ; 版のヤング係数

$t$  ; 版厚

$\nu$  ; ポアッソン比

一般的な解法としては

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = 0$$

の一般解  $w_1$  と

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D}$$

の特解  $w_2$  の和

$$w = w_1 + w_2$$

として解けばよい。

Timoshenko 等は "Theory of Plates and Shells" の中で簡単な版 (四辺単純支承版など) に種々の荷重を載荷した場合の解を Levy 型の解として与えている。したがって上述のような方法で解がなくても Timoshenko 等が与えた解を重ね合せ、支承条件を満足するようにすれば三辺固定一辺自由版、四辺固定版を解くことができる。

たわみ角, 曲げモーメント, セン断力, 支持反力はそれぞれ式(1), 式(2), 式(3), および式(4)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} i_x &= \frac{\partial w}{\partial x} \\ i_y &= \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -D \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \\ M_y &= -D \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \\ Q_y &= \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

$$\left. \begin{aligned} V_x &= -D \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] \\ V_y &= -D \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

2. 等分布荷重を受ける四辺固定版

図-1 に示すような等分布荷重を受ける四辺固定版の解は図-2 に示すような三つの場合の解, すなわち, 四辺単純支承版に等分布荷重を受ける場合 (1) の解, 対向辺にそれぞれ曲げモーメント  $My$  を受ける場合 (2) の解 および対向辺にそれぞれ曲げモーメント  $Mx$  を受ける場合 (3) の解を重ね合せればよい。

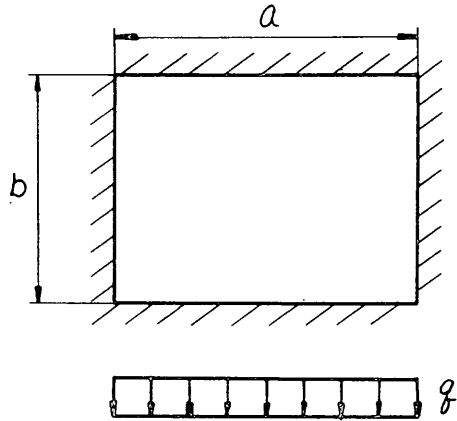


図-1. 四辺固定版 (等分布荷重)

すでに Timoshenko 等が示しているようにそれぞれの Levy 型の解は次のとおりである。

(1) について

$$w_1 = \frac{4qa^4}{\pi^5 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^5} \left[ 1 - \frac{1}{2 \cosh \alpha_m} \left\{ \alpha_m \tanh \alpha_m + 2 \right\} \cosh \frac{m\pi y}{a} - \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right] \sin \frac{m\pi x}{a}$$

(2) について

$$w_2 = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} E_m \left[ -\alpha_m \tanh \alpha_m \cosh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right] \sin \frac{m\pi x}{a}$$

(3) について

$$w_3 = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} E'_m \left[ -\beta_m \sinh \frac{m\pi x}{b} \operatorname{sech} \beta_m + \frac{m\pi x}{b} \sinh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) \right] \cos \frac{m\pi y}{b}$$

ここに

$q$  ; 荷重強度

$a$  ;  $x$  方向の辺長

$b$  ;  $y$  方向の辺長

$\alpha_m$  ;  $\alpha_m = \frac{m\pi b}{2a}$  ( $m = 1, 3, 5, \dots$ )

$\beta_m$  ;  $\beta_m = \frac{m\pi a}{2b}$  ( $m = 1, 3, 5, \dots$ )

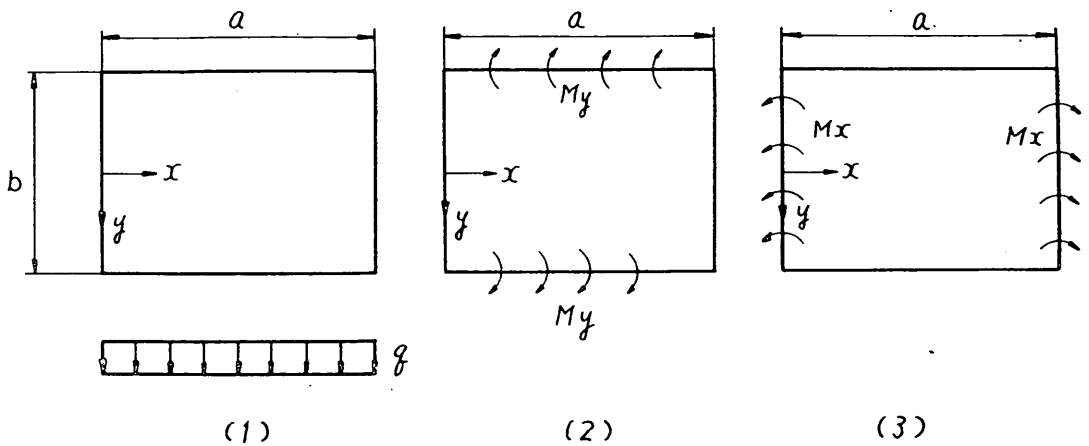


図-2 四辺固定版のはり合わせ (等分布荷重)

$E_m, E'_m$ ; 積分定数

ここで  $E_m, E'_m$  を求めるためにはこれら3つの場合の解を重ね合せた時、支承辺でたわみ角が0となるような条件を考慮すればよい。即ち、対向辺に作用させる曲げモーメント  $M_x, M_y$  は3つの場合を重ね合せた時、支承辺でのたわみ角が0となるような大ききでなければならぬということである。各場合のたわみ角と二階微分、三階微分 (あとで曲げモーメントや、支持反力、せん断力を求めるに必要となる) は次の通りである。

$$\frac{\partial w_1}{\partial x} = \frac{4qa^3}{\pi^4 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^4} \left\{ 1 - \frac{1}{2 \cosh \alpha_m} \left\{ (\alpha_m \tanh \alpha_m + 2) \cosh \frac{m\pi y}{a} - \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right\} \right\} \cos \frac{m\pi x}{a}$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial x} \Big|_{x=0,a} = \pm \frac{4qa^3}{\pi^4 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^4} \left\{ 1 - \frac{\alpha_m \tanh \alpha_m + 2}{2 \cosh \alpha_m} \cosh \frac{m\pi y}{a} + \frac{1}{2 \cosh \alpha_m} \cdot \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} = -\frac{4qa^3}{\pi^3 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^3} \left\{ 1 - \frac{1}{2 \cosh \alpha_m} \left\{ (\alpha_m \tanh \alpha_m + 2) \cosh \frac{m\pi y}{a} - \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right\} \right\} \sin \frac{m\pi x}{a}$$

$$+ 2) \cosh \frac{m\pi y}{a} - \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \left\} \sin \frac{m\pi x}{a}$$

$$\frac{\partial^3 w_1}{\partial x^3} = -\frac{4qa}{\pi^2 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2} \left\{ 1 - \frac{1}{2 \cosh \alpha_m} \left\{ (\alpha_m \tanh \alpha_m + 2) \cosh \frac{m\pi y}{a} - \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right\} \right\} \cos \frac{m\pi x}{a}$$

$$+ 2) \cosh \frac{m\pi y}{a} - \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \left\} \cos \frac{m\pi x}{a}$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial y} = \frac{2qa^3}{\pi^4 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^4} \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \frac{1}{\cosh \alpha_m} \left\{ -(\alpha_m \tanh \alpha_m + 1) \sinh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \cosh \frac{m\pi y}{a} \right\}$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial y} \Big|_{y=b/2} = \frac{2qa^3}{\pi^4 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^4} \sin \frac{m\pi x}{a} \left\{ -\alpha_m \tanh^2 \alpha_m \right.$$

$$\left. - \tanh \alpha_m + \alpha_m \right\} \dots \dots \dots (6)$$

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} = \frac{2qa^2}{\pi^3 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^3} \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \frac{1}{\cosh \alpha_m} \left\{ -\alpha_m \tanh \alpha_m \cosh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right\}$$

$$\frac{\partial^3 w_1}{\partial y^3} = \frac{2qa}{\pi^2 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \frac{1}{\cosh \alpha_m} \left\{ (1 - \alpha_m \tanh \alpha_m) \sinh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \cosh \frac{m\pi y}{a} \right\}$$

$$\frac{\partial^3 w_1}{\partial y \partial x^2} = -\frac{2qa}{\pi^2 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \frac{1}{\cosh \alpha_m} \left\{ -(\alpha_m \tanh \alpha_m + 1) \sinh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \cosh \frac{m\pi y}{a} \right\}$$

$$\frac{\partial^3 w_1}{\partial x \partial y^2} = \frac{2qa}{\pi^2 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2} \cos \frac{m\pi x}{a} \cdot \frac{1}{\cosh \alpha_m} \left\{ -\alpha_m \tanh \alpha_m \cosh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right\}$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial x} = \frac{\pi}{a} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} E_m \cdot m \cdot \cos \frac{m\pi x}{a} \left\{ -\alpha_m \tanh \alpha_m \cosh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right\}$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial x} \Big|_{x=0,a} = \pm \frac{x}{a} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} E_m \cdot m \cdot \left\{ -\alpha_m \tanh \alpha_m \cosh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

$$\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} = -\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} E_m \cdot m^2 \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \left\{ -\alpha_m \tanh \alpha_m \cosh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right\}$$

$$\frac{\partial^3 w_2}{\partial x^3} = -\left(\frac{\pi}{a}\right)^3 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} E_m \cdot m^3 \cdot \cos \frac{m\pi x}{a} \left\{ -\alpha_m \tanh \alpha_m \cosh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right\}$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial y} = \frac{\pi}{a} \sum_{m=1,3,5\dots} E_m \cdot m \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \left[ (1 - \alpha_m \tanh \alpha_m) \sinh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \cosh \frac{m\pi y}{a} \right]$$

$$\left. \frac{\partial w_2}{\partial y} \right|_{y=b/2} = \frac{\pi}{a} \sum_{m=1,3,5\dots} E_m \cdot m \cdot \left[ \alpha_m \operatorname{sech} \alpha_m + \sinh \alpha_m \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\frac{\partial^2 w_2}{\partial y^2} = \left( \frac{\pi}{a} \right)^2 \sum_{m=1,3,5\dots} E_m \cdot m^2 \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \left[ (2 - \alpha_m \tanh \alpha_m) \cosh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right]$$

$$\frac{\partial^3 w_2}{\partial y^3} = \left( \frac{\pi}{a} \right)^3 \sum_{m=1,3,5\dots} E_m \cdot m^3 \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \left[ (3 - \alpha_m \tanh \alpha_m) \sinh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \cosh \frac{m\pi y}{a} \right]$$

$$\frac{\partial^3 w_2}{\partial y \partial x^2} = - \left( \frac{\pi}{a} \right)^3 \sum_{m=1,3,5\dots} E_m \cdot m^3 \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \left[ (1 - \alpha_m \tanh \alpha_m) \sinh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \cosh \frac{m\pi y}{a} \right]$$

$$\frac{\partial^3 w_2}{\partial x \partial y^2} = \left( \frac{\pi}{a} \right)^3 \sum_{m=1,3,5\dots} E_m \cdot m^3 \cdot \cos \frac{m\pi x}{a} \left[ (2 - \alpha_m \tanh \alpha_m) \cosh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right]$$

$$\frac{\partial w_3}{\partial x} = \frac{\pi}{b} \sum_{m=1,3,5\dots} E'_m \cdot m \cdot \cos \frac{m\pi y}{b} \left[ -\beta_m \cosh \frac{m\pi x}{b} \operatorname{sech} \beta_m + \sinh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) + \frac{m\pi x}{b} \cosh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) \right]$$

$$\left. \frac{\partial w_3}{\partial x} \right|_{x=0,a} = \pm \frac{\pi}{b} \sum_{m=1,3,5\dots} E'_m \cdot m \cdot \cos \frac{m\pi y}{b} \left[ \beta_m \operatorname{sech} \beta_m + \sinh \beta_m \right] \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\frac{\partial^2 w_3}{\partial x^2} = \left( \frac{\pi}{b} \right)^2 \sum_{m=1,3,5\dots} E'_m \cdot m^2 \cdot \cos \frac{m\pi y}{b} \left[ -\beta_m \sinh \frac{m\pi x}{b} \operatorname{sech} \beta_m + 2 \cosh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) + \frac{m\pi x}{b} \sinh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) \right]$$

$$\frac{\partial^3 w_3}{\partial x^3} = \left( \frac{\pi}{b} \right)^3 \sum_{m=1,3,5\dots} E'_m \cdot m^3 \cdot \cos \frac{m\pi y}{b} \left[ -\beta_m \cosh \frac{m\pi x}{b} \operatorname{sech} \beta_m + 3 \sinh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) + \frac{m\pi x}{b} \cosh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) \right]$$

$$\frac{\partial w_3}{\partial y} = - \frac{\pi}{b} \sum_{m=1,3,5\dots} E'_m \cdot m \cdot \sin \frac{m\pi y}{b} \left[ -\beta_m \sinh \frac{m\pi x}{b} \operatorname{sech} \beta_m + \frac{m\pi x}{b} \sinh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) \right]$$

$$\left. \frac{\partial w_3}{\partial y} \right|_{y=b/2} = - \frac{\pi}{b} \sum_{m=1,3,5\dots} E'_m \cdot m \cdot \left[ -\beta_m \sinh \frac{m\pi x}{b} \operatorname{sech} \beta_m + \frac{m\pi x}{b} \sinh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) \right] \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$+ \frac{m\pi x}{b} \sinh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) \left( -1 \right)^{(m-1)/2} \dots\dots\dots(10)$$

$$\frac{\partial^2 w_3}{\partial y^2} = - \left( \frac{\pi}{b} \right)^2 \sum_{m=1,3,5\dots} E'_m \cdot m^2 \cdot \cos \frac{m\pi y}{b} \left[ -\beta_m \sinh \frac{m\pi x}{b} \operatorname{sech} \beta_m + \frac{m\pi x}{b} \sinh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) \right]$$

$$\frac{\partial^3 w_3}{\partial y^3} = \left( \frac{\pi}{b} \right)^3 \sum_{m=1,3,5\dots} E'_m \cdot m^3 \cdot \sin \frac{m\pi y}{b} \left[ -\beta_m \sinh \frac{m\pi x}{b} \operatorname{sech} \beta_m + \frac{m\pi x}{b} \sinh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) \right]$$

$$\frac{\partial^3 w_3}{\partial y \partial x^2} = - \left( \frac{\pi}{b} \right)^3 \sum_{m=1,3,5\dots} E'_m \cdot m^3 \cdot \sin \frac{m\pi y}{b} \left[ -\beta_m \sinh \frac{m\pi x}{b} \operatorname{sech} \beta_m + 2 \cosh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) + \frac{m\pi x}{b} \sinh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) \right]$$

$$\frac{\partial^3 w_3}{\partial x^2 \partial y} = - \left( \frac{\pi}{b} \right)^3 \sum_{m=1,3,5\dots} E'_m \cdot m^3 \cdot \cos \frac{m\pi y}{b} \left[ -\beta_m \cosh \frac{m\pi x}{b} \operatorname{sech} \beta_m + \sinh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) + \frac{m\pi x}{b} \cosh \left( \frac{m\pi x}{b} - \beta_m \right) \right]$$

条件式として重ね合せた場合の支承辺でのたわみ角が 0 (四辺固定辺だから) であるとすればよい。

$$\left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{x=0,a} = \left. \frac{\partial w_1}{\partial x} \right|_{x=0,a} + \left. \frac{\partial w_2}{\partial x} \right|_{x=0,a} + \left. \frac{\partial w_3}{\partial x} \right|_{x=0,a} = 0 \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$\left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{y=b/2} = \left. \frac{\partial w_1}{\partial y} \right|_{y=b/2} + \left. \frac{\partial w_2}{\partial y} \right|_{y=b/2} + \left. \frac{\partial w_3}{\partial y} \right|_{y=b/2} = 0 \quad \dots\dots\dots(12)$$

さて式(5), 式(7)を  $\cos \frac{m\pi y}{b}$  で展開できれば式(11)に式(5)式(7), 式(9)を代入した時  $\cos \frac{m\pi y}{b}$  でくり出せるから  $y$  の項がきえる。同様に式(10)を  $\sin \frac{m\pi y}{a}$  で展開できれば式(6), 式(8), 式(10)を式(12)へ代入した時  $x$  の項がきえることになる。

一方, 一般フーリエ展開は次のように定義されている。

関数系

$\Psi_1(x), \Psi_2(x), \Psi_3(x), \dots, \Psi_n(x), \dots$

が正規直交系であるとき次のことがいえる。  
区間  $(a, b)$  で定義された  $f(x)$  はこの区間において次の形に級数展開できる。

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k \Psi_k(x)$$

$$C_k; \text{定数係数} \quad C_k = \int_a^b f(x) \Psi_k(x) dx \quad (k=1, 2, 3, \dots)$$

ここに正規直交条件は次のとおりである。

$$\int_a^b \Psi_m(x) \Psi_n(x) dx = \begin{cases} 0 & (m \neq n) \\ 1 & (m = n) \end{cases}$$

ところで  $\sqrt{\frac{2}{b}} \cos \frac{m\pi y}{b}$  は区間  $(-\frac{b}{2}, \frac{b}{2})$  で、又

$\sin \frac{m\pi x}{a}$  は区間  $(0, a)$  で次の条件を満足するから正規直交関数系ということが出来る。

$$I_1 = \frac{2}{b} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{n\pi y}{b} dy = \begin{cases} 0 & (m \neq n) \\ 1 & (m = n) \end{cases}$$

$$I_2 = \frac{2}{a} \int_0^a \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi x}{a} dx = \begin{cases} 0 & (m \neq n) \\ 1 & (m = n) \end{cases}$$

但し、ここに  $m, n$  は両方とも偶数が奇数かである。

式(5)の  $m$  を  $i$  にかきかえ  $\sqrt{\frac{2}{b}} \cos \frac{m\pi y}{b}$  で展開しよう。

式(5)を

$$\frac{4qa^3}{\pi^4 D} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^4} \left[ 1 - \frac{\alpha_i \tanh \alpha_i + 2}{2 \cosh \alpha_i} \cosh \frac{i\pi y}{a} + \frac{1}{2 \cosh \alpha_i} \frac{i\pi y}{a} \sinh \frac{i\pi y}{a} \right] = f(y)$$

とおく。一般フーリエ展開の定義より

$$f(x) = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} C_m \Psi_m(x)$$

$$C_m = \sqrt{\frac{2}{b}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} f(y) \cos \frac{m\pi y}{b} dy \quad (m=1, 3, 5, \dots)$$

となる。

従って

$$C_m = \sqrt{\frac{2}{b}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \left[ \frac{4qa^3}{\pi^4 D} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^4} \left\{ 1 - \frac{\alpha_i \tanh \alpha_i + 2}{2 \cosh \alpha_i} \cosh \frac{i\pi y}{a} + \frac{1}{2 \cosh \alpha_i} \frac{i\pi y}{a} \sinh \frac{i\pi y}{a} \right\} \right]$$

(  $m=1, 3, 5, \dots$  )

結局

$$f(y) = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{16qa^3}{\pi^4 D} \left( \frac{1}{i^4} \right) \left( \frac{1}{m} \right) \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 (-1)^{(m-1)/2} \frac{1}{\left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 \left\{ 1 + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 \right\}} \cos \frac{m\pi y}{b}$$

同様に式(7)は

$$- \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{b} E_i \left( \frac{8a}{b} \right) \left( \frac{m}{i} \right) \cosh \alpha_i (-1)^{(m-1)/2}$$

$$\frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 \right\}^2} \cos \frac{m\pi y}{b}$$

同様に式(10)を  $\sin \frac{m\pi x}{a}$  でフーリエ展開すると

$$\sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} E'_i \left( \frac{8}{a} \right) \left( \frac{m}{i} \right) \left( \frac{b}{a} \right) \cosh \beta_i (-1)^{(i-1)/2}$$

$$\frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{m}{i} \right)^2 \left( \frac{b}{a} \right)^2 \right\}^2} \sin \frac{m\pi x}{a}$$

結局、式(11)、式(12)は次式のようにになる。

$$\sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{16qa^4}{\pi^5} \left( \frac{1}{i^4} \right) \left( \frac{1}{m} \right) \left( \frac{b}{a} \right) (-1)^{(m-2)/2}$$

$$\frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 \right\}^2} - \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} E_i \left( \frac{8a}{b} \right) \left( \frac{m}{i} \right)$$

$$\cosh \alpha_i (-1)^{(m-1)/2} \frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 \right\}^2} + E'_m$$

$$(-\beta_m \operatorname{sech} \beta_m - \sinh \beta_m) \cdot m\pi = 0$$

$$(m=1, 3, 5, \dots) \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$\frac{2qa^4}{\pi^4 D} \left( \frac{1}{m^4} \right) (-\alpha_m \tanh^2 \alpha_m - \tanh \alpha_m + \alpha_m)$$

$$+ E_m \cdot m\pi (\alpha_m \operatorname{sech} \alpha_m + \sinh \alpha_m) + \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} E'_i$$

$$\left( \frac{8b}{a} \right) \left( \frac{m}{i} \right) \cosh \beta_i (-1)^{(i-1)/2} \frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{m}{i} \right)^2 \left( \frac{b}{a} \right)^2 \right\}^2}$$

$$= 0 \quad (m=1, 3, 5, \dots) \quad \dots\dots\dots(14)$$

式(13)、式(14)の連立方程式より積分定数の系列  $E_m, E'_m$  を決める。

この連立方程式の元数は  $m$  あるいは  $i$  の項数のとり方によってきまる。

この連立方程式により積分定数の系列  $E_m, E'_m$  が求められると  $w_2, w_3$  がきまるから結局任意の辺長比の四辺固定版の任意の点のたわみ、曲げモーメント、せん断力、支持反力を求めることができるわけである。

実際の計算は  $m$  と  $i$  を10ないし15項までとりTOSBAC-3400で行なった。

### 3. 三角形分布荷重を受ける四辺固定版

図-3に示すような三角形分布荷重を受ける四辺固定版の解は図-4に示すような四つの場合の解、すなわち四辺単純支承版に対称三角形荷重を受ける場合(1)の解、対向辺に曲げモーメント  $Mx$  を受ける場合(2)の解、対向辺に曲げモーメント  $My$  を受ける場合(3)の解および四辺固定版に等分布荷重を受ける場合(4)の解を重ね合せればよい。(対向辺に作用させる曲げモーメントの方向および座標原点のとり方に注意)

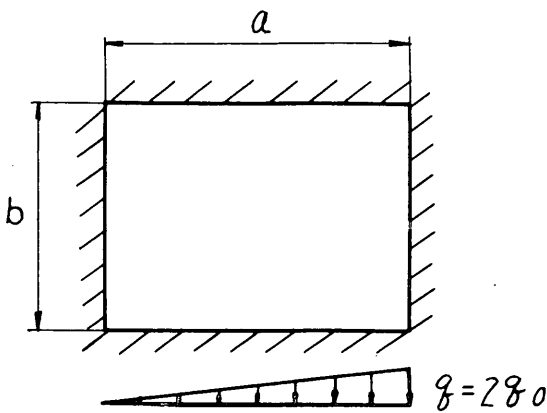


図-3 四辺固定版 (三角形分布荷重)

$$\cosh \frac{m\pi y}{a} + \frac{1}{2 \cosh \alpha_m} \cdot \frac{m\pi y}{a} \cdot \sinh \frac{m\pi y}{a} \Big|_{x=a/2} \sin \frac{m\pi x}{a}$$

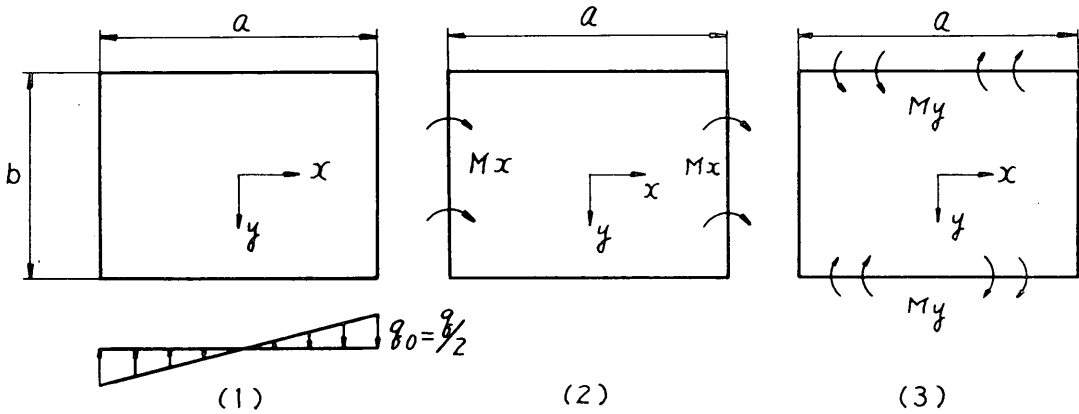
$$\frac{\partial w_1}{\partial x} \Big|_{x=a/2} = -\frac{2qa^3}{\pi^4 D} \sum_{m=2,4,6,\dots} \frac{1}{m^4} \left[ 1 - \frac{2 + \alpha_m \tanh \alpha_m}{2 \cosh \alpha_m} \right]$$

$$\cosh \frac{m\pi y}{a} + \frac{1}{2 \cosh \alpha_m} \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \Big|_{y=b/2} \dots \dots \dots (15)$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial y} \Big|_{y=b/2} = \frac{qa^3}{\pi^4 D} \sum_{m=2,4,6,\dots} \frac{1}{m^4} (-1)^{(m/2)+1} \sinh \frac{m\pi y}{a}$$

$$\frac{1}{\cosh \alpha_m} \left\{ \alpha_m \operatorname{sech} \alpha_m - \sinh \alpha_m \right\} \dots \dots \dots (16)$$

一階微分, 二階微分, 三階微分は 2 等分布荷重を受ける四辺固定版の (1) の場合の  $\frac{(-1)^{(m/2)+1}}{2}$  倍となるだけで (但し,  $m=2, 4, 6, \dots$  とすることに注意) あるから省略する。



(2) (3)

図-4 四辺固定版のはり合わせ (三角形分布荷重) (2)について

$$w_2 = -\sum_{m=1,3,5,\dots} (-1)^{m-1/2} \left[ \beta_m \coth \beta_m \sinh \frac{m\pi x}{a} - \frac{m\pi x}{b} \right]$$

$$\cosh \frac{m\pi x}{b} \Big] \cos \frac{m\pi y}{b}$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial x} = -\frac{\pi}{b} \sum_{m=1,3,5,\dots} E_m (-1)^{(m-1)/2} m \cdot \left\{ (\beta_m \coth \beta_m - 1) \right.$$

$$\cosh \frac{m\pi x}{b} - \frac{m\pi x}{b} \sinh \frac{m\pi x}{b} \Big\} \cos \frac{m\pi y}{b}$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial x} \Big|_{x=a/2} = -\frac{\pi}{b} \sum_{m=1,3,5,\dots} E_m (-1)^{(m-1)/2} m \cdot \left\{ \beta_m \operatorname{cosech} \right.$$

$$\beta_m - \cosh \beta_m \Big\} \cos \frac{m\pi y}{b} \dots \dots \dots (17)$$

$$\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} = -\left(\frac{\pi}{b}\right)^2 \sum_{m=1,3,5,\dots} E_m (-1)^{(m-1)/2} m \cdot \left\{ (\beta_m \coth \beta_m \right.$$

$$- 2) \sinh \frac{m\pi x}{b} - \frac{m\pi x}{b} \cosh \frac{m\pi x}{b} \Big\} \cos \frac{m\pi y}{b}$$

$$\frac{\partial^3 w_2}{\partial x^3} = \left(\frac{\pi}{b}\right)^3 \sum_{m=1,3,5,\dots} E_m (-1)^{(m-1)/2} m^3 \cdot \left\{ (\beta_m \coth \beta_m - 3) \right.$$

Timoshenko 等が示している Levy 型の解を若干工夫すれば各場合の Levy 型の解は次の通りとなる。

(1) について

$$w_1 = \frac{2qa^4}{\pi^5 D} \sum_{m=2,4,6,\dots} \frac{(-1)^{(m/2)+1}}{m^5} \left[ 1 - \frac{2 + \alpha_m \tanh \alpha_m}{2 \cosh \alpha_m} \right]$$

$$\cosh \frac{m\pi x}{b} - \frac{m\pi x}{b} \sinh \frac{m\pi x}{b} \left\{ \cos \frac{m\pi y}{b} \right.$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial y} = \left( \frac{\pi}{b} \right) \sum_{m=1,3,5,\dots} E_m (-1)^{(m-1)/2} m \cdot \left\{ \beta_m \coth \beta_m \right.$$

$$\sinh \frac{m\pi x}{b} - \frac{m\pi x}{b} \cosh \frac{m\pi x}{b} \left\{ \sin \frac{m\pi y}{b} \right.$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial y} \Big|_{y=\pm b/2} = \frac{\pi}{b} \sum_{m=1,3,5,\dots} E_m \cdot m \cdot \left\{ \beta_m \coth \beta_m \sinh \frac{m\pi x}{b} \right.$$

$$\left. - \frac{m\pi x}{b} \cosh \frac{m\pi x}{b} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

$$\frac{\partial^2 w_2}{\partial y^2} = \left( \frac{\pi}{b} \right) \sum_{m=1,3,5,\dots} E_m (-1)^{(m-1)/2} \cdot m^2 \cdot \left\{ \beta_m \coth \beta_m \right.$$

$$\sinh \frac{m\pi x}{b} - \frac{m\pi x}{b} \cosh \frac{m\pi x}{b} \left\{ \cos \frac{m\pi y}{b} \right.$$

$$\frac{\partial^3 w_2}{\partial y^3} = - \left( \frac{\pi}{b} \right)^3 \sum_{m=1,3,5,\dots} E_m (-1)^{(m-1)/2} \cdot m^3 \cdot \left\{ \beta_m \coth \beta_m \right.$$

$$\sinh \frac{m\pi x}{b} - \frac{m\pi x}{b} \cosh \frac{m\pi x}{b} \left\{ \sin \frac{m\pi y}{b} \right.$$

$$\frac{\partial^3 w_2}{\partial y \partial x^2} = \left( \frac{\pi}{b} \right)^3 \sum_{m=1,3,5,\dots} E_m (-1)^{(m-1)/2} \cdot m^3 \cdot \left\{ (\beta_m \coth \beta_m \right.$$

$$- 2) \sinh \frac{m\pi x}{b} - \frac{m\pi x}{b} \cosh \frac{m\pi x}{b} \left\{ \sin \frac{m\pi y}{b} \right.$$

$$\frac{\partial^3 w_2}{\partial x \partial y^2} = \left( \frac{\pi}{b} \right)^3 \sum_{m=1,3,5,\dots} E_m (-1)^{(m-1)/2} \cdot m^3 \cdot \left\{ (\beta_m \coth \beta_m \right.$$

$$- 1) \cosh \frac{m\pi x}{b} - \frac{m\pi x}{b} \sinh \frac{m\pi x}{b} \left\{ \cos \frac{m\pi y}{b} \right.$$

(3) について

$$w_3 = - \sum_{m=2,4,6,\dots} F_m (-1)^{(m/2)-1} \cdot m^3 \cdot \left\{ \alpha_m \tanh \alpha_m \cosh \frac{m\pi y}{a} \right.$$

$$\left. - \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right\} \sin \frac{m\pi x}{a}$$

$$\frac{\partial w_3}{\partial x} \Big|_{x=\pm a/2} = \frac{\pi}{a} \sum_{m=2,4,6,\dots} F_m \cdot m \cdot \left( \alpha_m \tanh \alpha_m \cosh \frac{m\pi y}{a} \right.$$

$$\left. - \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right) \dots \dots \dots (19)$$

$$\frac{\partial w_3}{\partial y} \Big|_{y=\pm b/2} = \frac{\pi}{a} \sum_{m=2,4,6,\dots} (-1)^{(m/2)-1} F_m \cdot m \cdot \sin \frac{m\pi x}{a}$$

$$(\sinh \alpha_m + \alpha_m \operatorname{sech} \alpha_m) \dots \dots \dots (20)$$

一階微分, 二階微分, 三階微分は 2. 等分布荷重を受ける四辺固定版の(2)の場合の  $(-1)^{(m/2)-1}$  倍となるだけで (但し,  $m=2, 4, 6, \dots$  となることに注意) あるから省略する。

(4) について

2. 等分布荷重を受ける四辺固定版の解の  $\frac{1}{2}$  倍が (4) の解となる。

四辺固定版であるから支承辺におけるたわみ角は 0 でなければならない。

$$\frac{\partial w_1}{\partial x} \Big|_{x=\pm a/2} + \frac{\partial w_2}{\partial x} \Big|_{x=\pm a/2} + \frac{\partial w_3}{\partial x} \Big|_{x=\pm a/2} = 0 \dots \dots \dots (21)$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial y} \Big|_{y=\pm b/2} + \frac{\partial w_2}{\partial y} \Big|_{y=\pm b/2} + \frac{\partial w_3}{\partial y} \Big|_{y=\pm b/2} = 0 \dots \dots \dots (22)$$

前の場合と全く同様にして,  $x$  あるいは  $y$  の項がきえるように, 式(5), 式(15), 式(19) を  $\cos \frac{m\pi y}{b}$  で, 式(18) を  $\sin \frac{m\pi x}{a}$  で一般フーリエ展開すればよい。

(区間  $(-\frac{b}{2}, \frac{b}{2})$  で  $\sqrt{\frac{2}{b}} \cos \frac{m\pi y}{b}$  は, また区間  $(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2})$  で  $\sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{m\pi x}{a}$  は正規直交関数系となる)

即ち

式(15)は

$$- \sum_{m=2,4,6,\dots} \sum_{i=2,4,6,\dots} \left( \frac{1}{i} \right) \cdot \left( \frac{8qa^4}{\pi^3 D} \cdot \frac{1}{i^3} (-1)^{(m-1)/2} \left( \frac{m}{i} \right) \right.$$

$$\left. \left( \frac{b}{a} \right) \left\{ \frac{1}{\left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 \left\{ 1 + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 \right\}} \right\} \right)$$

式(19)は

$$\sum_{m=2,4,6,\dots} \sum_{i=2,4,6,\dots} F_i \left( \frac{a}{b} \right) \left( \frac{m}{i} \right) \left( \frac{8}{b} \right) \cosh \alpha_i (-1)^{(m-1)/2}$$

$$\frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 \right\}^2}$$

式(18)は

$$- \sum_{m=1,3,5,\dots} \sum_{i=1,3,5,\dots} E_i \left( \frac{8b}{a} \right) \left( \frac{1}{a} \right) \left( \frac{m}{i} \right) \sinh \beta_i (-1)^{(m/2)}$$

$$\frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{b}{a} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 \right\}^2}$$

(式(5)については前出) 式(21), 式(22)に代入すると次の2条件式を得る。

$$- \sum_{i=2,4,6,\dots} \frac{8qa^4}{\pi^3 D} \left( \frac{1}{i^4} \right) \left( \frac{1}{m} \right) \left( \frac{b}{a} \right) (-1)^{(m-1)/2}$$

$$\frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 \right\}^2} - E_m (-1)^{(m-1)/2} m\pi (\beta_m$$

$$\operatorname{cosech} \beta_m - \cosh \beta_m) + \sum_{i=2,4,6,\dots} F_i \left( \frac{8a}{b} \right) \left( \frac{m}{i} \right)$$

$$\cosh \alpha_i (-1)^{(m-1)/2} \frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 \right\}^2} = 0$$

$$(m=1, 3, 5, \dots) \dots \dots \dots (23)$$



$$\frac{q a^4}{\pi^4 D} \cdot \frac{1}{m^4} \cdot (-1)^{(m/2)+1} \frac{1}{\cosh \alpha_m} (\alpha_m \operatorname{sech} \alpha_m - \sinh \alpha_m) - \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} E_i \left( \frac{8b}{a} \right) \left( \frac{m}{i} \right) \sinh \beta_i (-1)^{(m/2)}$$

$$\frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{b}{a} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 \right\}^2} + F_m (-1)^{(m/2)-1} m \pi (\sinh \alpha_m + \alpha_m \operatorname{sech} \alpha_m) = 0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$(m=2, 4, 6, \dots)$$

式(23), 式(24)を  $m=1, 3, 5, \dots$   $i=1, 3, 5, \dots$  にするために式(23)の第1項については  $i$  を  $(i+1)$  に, 第2項はそのまま, 第3項については  $i$  を  $(i+1)$  にする。また式(24)の第1項, 第2項, 第3項とも  $m$  を  $(m+1)$  にする。結局次式を得る。

$$- \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{8q a^4}{\pi^5 D} \frac{1}{(i+1)^4} \left( \frac{1}{m} \right) \left( \frac{b}{a} \right) (-1)^{(m-1)/2}$$

$$\frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{m}{i+1} \right)^2 \right\}^2} - E_m (-1)^{(m-1)/2} \cdot m \pi (\beta_m \operatorname{cosech} \beta_m - \cosh \beta_m) + \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} F_{i+1} \left( \frac{8a}{b} \right) \left( \frac{m}{i+1} \right)$$

$$\cosh \alpha_{i+1} (-1)^{(m-1)/2} \frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left( \frac{m}{i+1} \right)^2 \right\}^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$(m=1, 3, 5, \dots)$$

$$\frac{q a^4}{\pi^4 D} \frac{1}{(m+1)^4} (-1)^{(m-1)/2} \frac{1}{\cosh \alpha_{m+1}} (\alpha_{m+1} \operatorname{sech} \alpha_{m+1} - \sinh \alpha_{m+1}) - \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} E_i \left( \frac{8b}{a} \right) \left( \frac{m+1}{i} \right) \sinh \beta_i$$

$$(-1)^{(m+1)/2} \frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{b}{a} \right)^2 \left( \frac{m+1}{i} \right)^2 \right\}^2} + F_{m+1} (-1)^{(m-1)/2} (m+1) \pi (\alpha_{m+1} \operatorname{sech} \alpha_{m+1} + \sinh \alpha_{m+1}) = 0 \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$(m=1, 3, 5, \dots)$$

式(25), 式(26)の連立方程式を解いて積分定数の系列  $E_m, F_m$  を決定すればよい。これを  $w_2, w_3$  へ代入すると  $w_2, w_3$  がきまるから結局任意の辺長比の版の任意の点のたわみ, 曲げモーメント, 支持反力, セン断力を求めることができる。

実際の計算は  $m$  および  $i$  を 10 ないし 15 項とって TOSBAC-3400 で行なった。最後に座標変換を行なって, 2. 等分布荷重を受ける四辺固定版の座標原点と同じにした。

#### 4. 等分布荷重および三角形分布荷重を受ける三辺固定一辺自由版

図-5 に示すような台形荷重を受ける三辺固定一辺自由

由版の解は図-6 に示すような5つの場合の解すなわち  $2a \times 2b$  の四辺単純支承版が等分布荷重を受ける場合(1)の解, プリズム荷重を受ける場合(2)の解, 対向辺に曲げモーメント  $My$  を受ける場合(3)の解,  $a \times 2b$  の三辺単純支承一辺自由版が自由辺に曲げモーメント  $Mx$  を受ける場合(4)の解,  $2a \times 2b$  の四辺単純支承版が対向辺に曲げモーメント  $Mx$  を受ける場合(5)の解を重ね合せればよい。

$q_2 = 0$  とすれば等分布荷重,  $q_1 + q_2 = 0$  とすれば固定辺で荷重強度  $q_1$  となる三角形分布荷重を受ける場合の

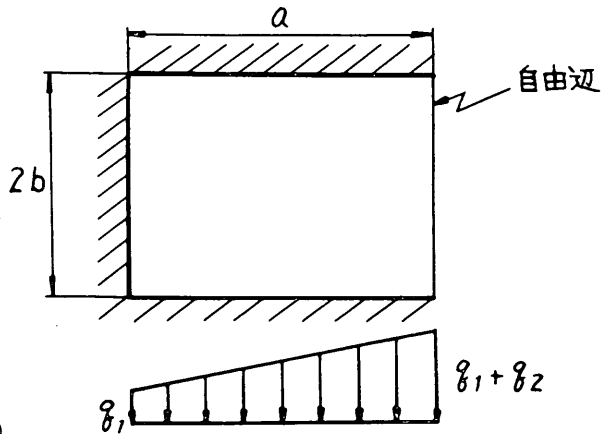


図-5 三辺固定一辺自由版

解となる。

Timoshenko 等が示している Levy 型の解を若干工夫すれば各場合の Levy 型の解は次の通りである。

(1) について

$$w_1 = \frac{64q_1 a^4}{\pi^5 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^5} \left[ 1 - \frac{\alpha_m \tanh \alpha_m + 2}{2 \cosh \alpha_m} \cosh \frac{\alpha_m y}{b} + \left( \frac{\alpha_m}{b} \right) y \frac{\sinh \frac{\alpha_m y}{b}}{2 \cosh \alpha_m} \right] \sin \frac{\alpha_m x}{b}$$

(2) について

$$w_2 = \frac{128q_2 a^4}{\pi^6 D} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{(m-1)/2}}{m^6} \left[ 1 - \frac{\alpha_m \tanh \alpha_m + 2}{2 \cosh \alpha_m} \cosh \frac{\alpha_m y}{b} + \left( \frac{\alpha_m}{b} \right) y \frac{\sinh \frac{\alpha_m y}{b}}{2 \cosh \alpha_m} \right] \sin \frac{\alpha_m x}{b}$$

従って

$$w_1 + w_2 = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[ \frac{1}{m^5} \cdot \frac{64q_1 a^4}{\pi^5 D} + \frac{1}{m^6} \cdot \frac{128q_2 a^4}{\pi^6 D} \right]$$

$$\left[ 1 - \frac{\alpha_m \tanh \alpha_m + 2}{2 \cosh \alpha_m} \cosh \frac{\alpha_m y}{b} + \left( \frac{\alpha_m}{b} \right) y \frac{\sinh \frac{\alpha_m y}{b}}{2 \cosh \alpha_m} \right] \sin \frac{\alpha_m x}{b}$$

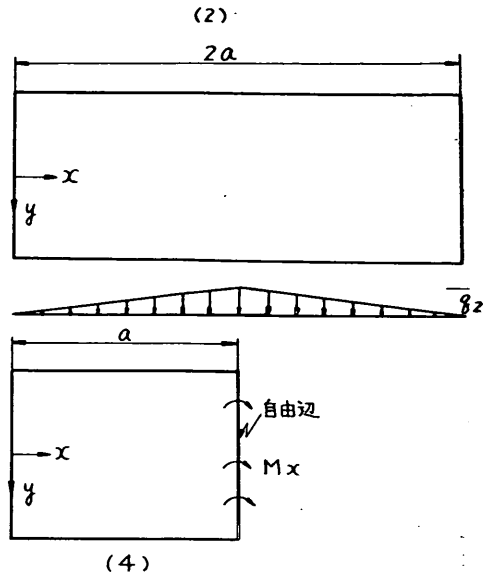
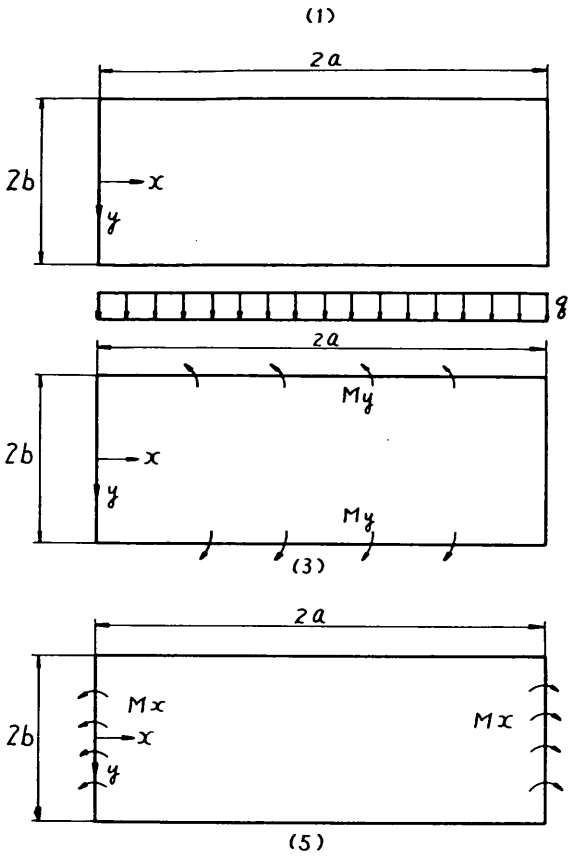


図 - 6 三辺固定一辺自由版のはり合わせ

$$\frac{\partial(w_1+w_2)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{\alpha_m}{b}\right) \left\{ \frac{1}{m^5} \frac{64q_1 a^4}{\pi^5 D} + (-1)^{(m-1)/2} \right.$$

$$\left. \frac{1}{m^6} \frac{128q_2 a^4}{\pi^6 D} \right\} \left[ 1 - \frac{\alpha_m \tanh \alpha_m + 2}{2 \cosh \alpha_m} \cosh \frac{\alpha_m y}{b} + \frac{\left(\frac{\alpha_m}{b}\right) y}{2 \cosh \alpha_m} \sinh \frac{\alpha_m y}{b} \right] \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{\partial(w_1+w_2)}{\partial y} \Big|_{y=b} = \frac{1}{b} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ \frac{1}{m^5} \frac{64q_1 a^4}{\pi^5 D} + (-1)^{(m-1)/2} \right.$$

$$\left. \frac{1}{m^6} \frac{128q_2 a^4}{\pi^6 D} \right\} \left[ \frac{\alpha_m^2}{2} (1 - \tanh^2 \alpha_m) - \frac{\alpha_m}{2} \tanh \alpha_m \right] \sin \frac{\alpha_m x}{b} \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$Mx_1 + Mx_2 = -D \frac{\partial^2(w_1+w_2)}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2(w_1+w_2)}{\partial y^2}$$

$$= \frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{a}{b}\right)^2 \alpha_m^2 \sin \frac{\alpha_m x}{b} \left\{ \frac{1}{m^5} \frac{64q_1 a^4}{\pi^5 D} + (-1)^{(m-1)/2} \frac{1}{m^6} \frac{128q_2 a^4}{\pi^6 D} \right\} \left[ 1 - \frac{(1-\nu) \alpha_m \tanh \alpha_m}{2 \cosh \alpha_m} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\cosh \alpha_m} \right\} \cosh \frac{\alpha_m y}{b} + \frac{(1-\nu) \frac{\alpha_m y}{b}}{2 \cosh \alpha_m} \sinh \frac{\alpha_m y}{b} \Bigg\}$$

$$Mx_1 + Mx_2 \Big|_{x=a} = \frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{a}{b}\right)^2 \alpha_m^2 (-1)^{(m-1)/2}$$

$$\left\{ \frac{1}{m^5} \frac{64q_1 a^4}{\pi^5 D} + (-1)^{(m-1)/2} \frac{1}{m^6} \frac{128q_2 a^4}{\pi^6 D} \right\} \left[ 1 - \frac{(1-\nu) \alpha_m \tanh \alpha_m}{2 \cosh \alpha_m} + \frac{1}{\cosh \alpha_m} \right] \cosh \frac{\alpha_m y}{b} + \frac{(1-\nu) \frac{\alpha_m y}{b}}{2 \cosh \alpha_m} \sinh \frac{\alpha_m y}{b} \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$My_1 + My_2 = -D \left\{ \frac{\partial^2(w_1+w_2)}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2(w_1+w_2)}{\partial x^2} \right\}$$

$$= \frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{a}{b}\right)^2 \alpha_m^2 \sin \frac{\alpha_m x}{b} \left\{ \frac{1}{m^5} \frac{64q_1 a^4}{\pi^5 D} + (-1)^{(m-1)/2} \frac{1}{m^6} \frac{128q_2 a^4}{\pi^6 D} \right\} \left[ \nu + \frac{(1-\nu) \alpha_m \tanh \alpha_m}{2 \cosh \alpha_m} - \frac{\nu}{\cosh \alpha_m} \right] \cosh \frac{\alpha_m y}{b} - \frac{(1-\nu) \frac{\alpha_m y}{b}}{2 \cosh \alpha_m} \sinh \frac{\alpha_m y}{b} \Bigg\}$$

(3) について

$$w_3 = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} B_m \left[ -\alpha_m \tanh \alpha_m \cosh \frac{\alpha_m y}{b} + \left(\frac{\alpha_m y}{b}\right) \sinh \frac{\alpha_m y}{b} \right] \sin \frac{\alpha_m x}{b}$$

$$\left. \frac{\partial w_3}{\partial x} \right|_{x=0} = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \beta_m \left( \frac{\alpha_m}{b} \right) \left[ -\alpha_m \tanh \alpha_m \cosh \frac{\alpha_m y}{b} \right. \\ \left. + \left( \frac{\alpha_m y}{b} \right) \sinh \frac{\alpha_m y}{b} \right] \dots\dots\dots (30)$$

$$\left. \frac{\partial w_3}{\partial y} \right|_{y=b} = \frac{1}{b} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} B_m \left[ \alpha_m \sinh \alpha_m + \alpha_m^2 \operatorname{sech} \alpha_m \right] \\ \sin \frac{\alpha_m x}{b} \dots\dots\dots (31)$$

$$Mx_3 = -D \left[ \frac{\partial^2 w_3}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w_3}{\partial y^2} \right] \\ = \frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} B_m \left( \frac{a}{b} \right)^2 \alpha_m^2 \sin \frac{\alpha_m x}{b} \left[ -(1-\nu) \alpha_m \right. \\ \left. \tanh \alpha_m \cosh \frac{\alpha_m y}{b} + (1-\nu) \frac{\alpha_m y}{b} \sinh \frac{\alpha_m y}{b} \right. \\ \left. - 2\nu \cosh \frac{\alpha_m y}{b} \right]$$

$$Mx_3 \Big|_{x=a} = \frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} B_m \left( \frac{a}{b} \right)^2 \alpha_m^2 (-1)^{(m-1)/2} \left[ -(1-\nu) \right. \\ \left. \nu \alpha_m \tanh \alpha_m \cosh \frac{\alpha_m y}{b} + (1-\nu) \frac{\alpha_m y}{b} \sinh \frac{\alpha_m y}{b} \right. \\ \left. - 2\nu \cosh \frac{\alpha_m y}{b} \right] \dots\dots\dots (32)$$

$$My_3 = -D \left[ \frac{\partial^2 w_3}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w_3}{\partial x^2} \right] \\ = \frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} B_m \left( \frac{a}{b} \right)^2 \alpha_m^2 \sin \frac{\alpha_m x}{b} \left[ (1-\nu) \alpha_m \tanh \alpha_m \right. \\ \left. \cosh \frac{\alpha_m y}{b} - 2 \cosh \frac{\alpha_m y}{b} - (1-\nu) \frac{\alpha_m y}{b} \sinh \frac{\alpha_m y}{b} \right]$$

$$My_3 \Big|_{y=b} = -\frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} B_m \cdot 2 \left( \frac{a}{b} \right)^2 \alpha_m^2 \cosh \alpha_m \sin \frac{\alpha_m x}{b}$$

$$My_3 \Big|_{x=a, y=b} = -\frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} B_m \cdot 2 \left( \frac{a}{b} \right)^2 (-1)^{(m-1)/2} \\ \alpha_m^2 \cosh \alpha_m$$

(4) について

$$w_4 = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} F_m \left[ \left( \frac{1+\nu}{1-\nu} - \beta_m \tanh \beta_m \right) \sinh \frac{\beta_m x}{a} + \left( \frac{\beta_m x}{a} \right) \right. \\ \left. \cosh \frac{\beta_m x}{a} \right] \cos \frac{\beta_m y}{a}$$

$$\left. \frac{\partial w_4}{\partial x} \right|_{x=0} = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} F_m \left( \frac{\beta_m}{a} \right) \left[ \frac{2}{1-\nu} - \beta_m \tanh \beta_m \right] \\ \cosh \frac{\beta_m y}{a} \dots\dots\dots (33)$$

$$\left. \frac{\partial w_4}{\partial y} \right|_{y=b} = -\sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} F_m \left( \frac{\beta_m}{a} \right) (-1)^{(m-1)/2} \left[ \left( \frac{1+\nu}{1-\nu} - \beta_m \right) \right. \\ \left. \tanh \beta_m \right] \sinh \frac{\beta_m x}{a} + \left( \frac{\beta_m x}{a} \right) \cosh \frac{\beta_m x}{a} \dots\dots\dots (34)$$

$$Mx_4 = -D \left[ \frac{\partial^2 w_4}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w_4}{\partial y^2} \right] \\ = -\frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} F_m \beta_m^2 \cos \frac{\beta_m y}{a} \left[ (1+\nu) \sinh \frac{\beta_m x}{a} \right. \\ \left. - (1-\nu) \beta_m \tanh \beta_m \sinh \frac{\beta_m x}{a} + 2 \sinh \frac{\beta_m x}{a} \right. \\ \left. + (1-\nu) \left( \frac{\beta_m x}{a} \right) \coth \frac{\beta_m x}{a} \right]$$

$$Mx_4 \Big|_{x=a} = -\frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} F_m \beta_m^2 \cos \frac{\beta_m y}{a} \left[ (3+\nu) \right. \\ \left. \sinh \beta_m + (1-\nu) \beta_m \operatorname{sech} \beta_m \right] \dots\dots\dots (35)$$

$$My_4 = -D \left[ \frac{\partial^2 w_4}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w_4}{\partial x^2} \right] \\ = \frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} F_m \beta_m^2 \cos \frac{\beta_m y}{a} \left[ (1+\nu) \sinh \frac{\beta_m x}{a} \right. \\ \left. - (1-\nu) \beta_m \tanh \beta_m \sinh \frac{\beta_m x}{a} - 2\nu \sinh \frac{\beta_m x}{a} \right. \\ \left. + (1-\nu) \frac{\beta_m x}{a} \cosh \frac{\beta_m x}{a} \right]$$

$$My_4 \Big|_{x=a} = \frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} F_m (1-\nu) \beta_m^2 \cos \frac{\beta_m y}{a} \\ \left[ \sinh \beta_m + \beta_m \operatorname{sech} \beta_m \right]$$

(5) について

$$w_5 = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} D_m \left[ -\beta_m \operatorname{sech} \beta_m \sinh \frac{\beta_m x}{a} + \left( \frac{\beta_m x}{a} \right) \right. \\ \left. \sinh \left( \frac{\beta_m x}{a} \right) - \beta_m \right] \cos \frac{\beta_m y}{a}$$

$$\left. \frac{\partial w_5}{\partial x} \right|_{x=0} = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} D_m \left( \frac{\beta_m}{a} \right) \left[ -\beta_m \operatorname{sech} \beta_m - \sinh \beta_m \right] \\ \cos \frac{\beta_m y}{a} \dots\dots\dots (36)$$

$$\left. \frac{\partial w_5}{\partial y} \right|_{y=b} = -\sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} D_m \left( \frac{\beta_m}{a} \right) (-1)^{(m-1)/2} \\ \left[ -\beta_m \operatorname{sech} \beta_m \sinh \frac{\beta_m x}{a} + \left( \frac{\beta_m x}{a} \right) \sinh \left( \frac{\beta_m x}{a} - \beta_m \right) \right] \dots\dots\dots (37)$$

$$Mx_5 = -D \left[ \frac{\partial^2 w_5}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_5}{\partial y^2} \right] \\ = \frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} D_m \beta_m^2 \cos \frac{\beta_m y}{a} \left[ \frac{(1-\nu) \beta_m}{\cosh \beta_m} \sinh \frac{\beta_m x}{a} \right. \\ \left. - 2 \cosh \left( \frac{\beta_m x}{a} - \beta_m \right) - (1-\nu) \frac{\beta_m x}{a} \right. \\ \left. \sinh \left( \frac{\beta_m x}{a} - \beta_m \right) \right]$$

$$Mx_5 \Big|_{x=a} = \frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots} D_m \beta_m^2 \left[ (1-\nu) \beta_m \tanh \beta_m - 2 \right] \cos \frac{\beta_m y}{a} \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$Mx_5 \Big|_{x=0} = -\frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots} D_m 2 \beta_m^2 \cosh \beta_m \cos \frac{\beta_m y}{a}$$

$$My_5 = -D \left[ \frac{\partial^2 w_5}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial w_5}{\partial x^2} \right] \\ = \frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots} D_m \beta_m^2 \cos \frac{\beta_m y}{a} \left\{ (1-\nu) \left[ -\frac{\beta_m}{\cosh \beta_m} \sinh \frac{\beta_m x}{a} + \left( \frac{\beta_m x}{a} \right) \sinh \left( \frac{\beta_m x}{a} \right) - \beta_m \right] \right. \\ \left. - 2\nu \cosh \left( \frac{\beta_m x}{a} - \beta_m \right) \right\}$$

$$My_5 \Big|_{x=a} = \frac{D}{a^2} \sum_{m=1,3,5,\dots} D_m \beta_m^2 \cos \frac{\beta_m y}{a} \left[ -(1-\nu) \beta_m \tanh \beta_m - 2\nu \right]$$

さて、 $x=0$  および  $y=\pm b$  におけるたわみと  $x=a$  における支持反力が0であることはすでに満足されているので条件としては  $y=\pm b$  においてたわみ角が0  $x=a$  で曲げモーメント0 および  $x=0$  においてたわみ角を生じないことである。即ち、式(28)、式(31)、式(34)、式(37)の各式の和、式(29)、式(32)、式(35)、式(38)の各式の和、式(30)、式(33)、式(36)の各式の和が0となることである。

全く前の場合と同様に式(34)、式(37)を  $\sin \frac{\alpha_m x}{b}$  で、式(29)式(32)を  $\cos \frac{\beta_m y}{a}$  で、式(30)、式(33)を  $\cos \frac{\beta_m y}{a}$  でフーリエ展開する。

$\left( \sqrt{\frac{2}{b}} \sin \frac{\alpha_m x}{b} \right)$  は区間  $(0, a)$  で、 $\sqrt{\frac{2}{a}} \cos \frac{\beta_m y}{a}$  は区間  $(-b, b)$  で正規直交関数系である。但し、 $m$  が偶数あるいは奇数のみをとる場合)

式(34)は

$$-\sum_{m=1,3,5,\dots} \sum_{i=1,3,5,\dots} \left( \frac{1}{b} \right) \left( \frac{2b}{a} \right) F_i \cosh \beta_i (-1)^{(m-1)/2} (-1)^{(i-1)/2} \left[ \frac{1+\nu}{1-\nu} - \frac{1 - \left( \frac{b}{a} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2}{\left\{ 1 + \left( \frac{b}{a} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 \right\}^2} \right] \sin \frac{\alpha_m x}{b}$$

式(37)は

$$\sum_{m=1,3,5,\dots} \sum_{i=1,3,5,\dots} \frac{1}{b} D_i (-1)^{(i-1)/2} \left( \frac{2b}{a} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)$$

$$\cosh \beta_i \frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{b}{a} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 \right\}} \sin \frac{\alpha_m x}{b}$$

式(28)は

$$\sum_{m=1,3,5,\dots} \sum_{i=1,3,5,\dots} \frac{\pi D}{b^2} (-1)^{(i-1)/2} (-1)^{(m-1)/2} \left[ \frac{1}{\left\{ \left( \frac{m}{i} \right)^2 \left( \frac{a}{b} \right)^2 \left\{ 1 + \left( \frac{m}{i} \right)^2 \left( \frac{a}{b} \right)^2 \right\}} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1-\nu}{\left\{ 1 + \left( \frac{m}{i} \right)^2 \left( \frac{a}{b} \right)^2 \right\}^2} \right] \left[ \frac{1}{i^5} \cdot \frac{64q_1 a^4}{\pi^5 D} \right. \right. \\ \left. \left. + (-1)^{(i-1)/2} \frac{1}{i^6} \cdot \frac{128q_2 a^4}{\pi^6 D} \right] \cos \frac{\beta_m y}{b}$$

式(32)は

$$\sum_{m=1,3,5,\dots} \sum_{i=1,3,5,\dots} D B_i \left( \frac{2mx}{b^2} \right) \cosh \alpha_i (-1)^{(m-1)/2} (-1)^{(i-1)/2} \left[ -\frac{1-\nu}{\left\{ 1 + \left( \frac{m}{i} \right)^2 \left( \frac{a}{b} \right)^2 \right\}^2} - \frac{2\nu}{1 + \left( \frac{m}{i} \right)^2 \left( \frac{a}{b} \right)^2} \right] \cdot \cos \frac{\beta_m y}{a}$$

式(30)は

$$\sum_{m=1,3,5,\dots} \sum_{i=1,3,5,\dots} \left[ \frac{1}{i^5} \frac{64q_1 a^4}{\pi^5 D} + (-1)^{(i-1)/2} \frac{1}{i^6} \frac{128q_2 a^4}{\pi^6 D} \right] \left( \frac{2ma}{ib^2} \right) \cdot \left[ \frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{m}{i} \right)^2 \left( \frac{a}{b} \right)^2 \right\} \left\{ \left( \frac{m}{i} \right)^2 \left( \frac{a}{b} \right)^2 \right\}} \right. \\ \left. - \frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{m}{i} \right)^2 \left( \frac{a}{b} \right)^2 \right\}^2} \right] \cos \frac{\beta_m y}{a}$$

式(33)は

$$\sum_{m=1,3,5,\dots} \sum_{i=1,3,5,\dots} B_i \cosh \alpha_i (-1)^{(m-1)/2} \frac{4am}{ib^2} \frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{m}{i} \right)^2 \left( \frac{a}{b} \right)^2 \right\}^2} \cos \frac{\beta_m y}{a}$$

結局条件式は次の3式となる。

$$-\sum_{i=1,3,5,\dots} \left( \frac{1}{b} \right) \left( \frac{2b}{a} \right) F_i \cosh \beta_i (-1)^{(m-1)/2} (-1)^{(i-1)/2} \left[ \frac{1+\nu}{1-\nu} - \frac{1 - \left( \frac{b}{a} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2}{\left\{ 1 + \left( \frac{b}{a} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right)^2 \right\}^2} \right] \\ + \frac{1}{b} B_m \left( \alpha_m \sinh \alpha_m + \alpha_m^2 \operatorname{sech} \alpha_m \right) \\ + \frac{1}{b} \sum_{i=1,3,5,\dots} D_i (-1)^{(i-1)/2} \left( \frac{2b}{a} \right)^2 \left( \frac{m}{i} \right) \cosh \beta_i$$

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 \left(\frac{m}{i}\right)^2} + \frac{1}{b} \left[ \frac{1}{m^5} \frac{64q_1 a^4}{\pi^5 D} + (-1)^{(m-1)/2} \frac{1}{m^6} \cdot \frac{128q_2 a^4}{\pi^6 D} \right] \left[ \frac{\alpha_m^2}{2} (1 - \tanh^2 \alpha_m) - \frac{\alpha_m}{2} \tanh \alpha_m \right] = 0 \quad \dots\dots\dots(39)$$

(m=1, 3, 5, \dots)

$$\sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{(i-1)/2} \left(\frac{2a}{b}\right) (-1)^{(m-1)/2} \left[ \frac{1}{i^5} \cdot \frac{64q_1 a^4}{\pi^5 D} + (-1)^{(i-1)/2} \left(\frac{1}{i^6}\right) \cdot \frac{128q_2 a^4}{\pi^6 D} \right] \left[ \frac{1}{\left(\frac{m}{i}\right)^2 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \left\{ 1 + \left(\frac{m}{i}\right)^2 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \right\}} - \frac{1-\nu}{\left\{ 1 + \left(\frac{m}{i}\right)^2 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \right\}^2} \right] + \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} B_i \left(\frac{4a}{b}\right) \cosh \alpha_i (-1)^{(i-1)/2} (-1)^{(m-1)/2} \left[ \frac{1-\nu}{\left\{ 1 + \left(\frac{m}{i}\right)^2 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \right\}^2} + \frac{2\nu}{1 + \left(\frac{m}{i}\right)^2 \left(\frac{a}{b}\right)^2} \right] - F_m \left[ (3+\nu) \beta_m \sinh \beta_m + (1-\nu) \beta_m^2 \operatorname{sech} \beta_m \right] + D_m \left[ (1-\nu) \beta_m^2 \tanh \beta_m - 2 \beta_m \right] = 0 \quad \dots\dots\dots(40)$$

(m=1, 3, 5, \dots)

$$\sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[ \frac{1}{i^5} \cdot \frac{64q_1 a^4}{\pi^5 D} + (-1)^{(i-1)/2} \frac{1}{i^6} \cdot \frac{128q_2 a^4}{\pi^6 D} \right] \left(\frac{4a}{b}\right) \left(\frac{1}{\pi}\right) \left(\frac{1}{i}\right) \left[ \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{m}{i}\right)^2 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \right\}^2 \left(\frac{m}{i}\right)^2 \left(\frac{a}{b}\right)^2} - \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} B_i \left(\frac{8a}{b}\right) \left(\frac{1}{i}\right) \left(\frac{1}{\pi}\right) \cosh \alpha_i (-1)^{(m-1)/2} \right] \left[ \frac{1}{\left\{ 1 + \left(\frac{m}{i}\right)^2 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \right\}^2} + F_m \left[ \frac{2}{1-\nu} - \beta_m \tanh \beta_m \right] - D_m \left[ \beta_m \operatorname{sech} \beta_m + \sinh \beta_m \right] \right] = 0 \quad \dots\dots\dots(41)$$

(m=1, 3, 5, \dots)

式(39), 式(40), 式(41)の連立方程式を解いて積分定数の系列  $B_m$ ,  $D_m$ ,  $F_m$  を決定すればよい。これを  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$ ,  $w_4$ ,  $w_5$  に代入すれば任意の辺長比の版の任意の点のため、曲げモーメント、支持反力、せん断力を求めることができる。実際の計算は  $m$  および  $i$  を 10 ないし 15 項とって TOSBAC - 3400 で行った。

港 湾 技 研 資 料      No. 43

1968年3月

編集兼発行人      運輸省港湾技術研究所

発 行 所      運輸省港湾技術研究所  
                 横須賀市長瀬3丁目1番1号

印 刷 所      誠文堂印刷工業株式会社  
                 川 崎 市 荻 宿 531-2