

アジョイント津波波形合成および 断層幾何とすべり分布の同時インバージョン手法の開発

高川智博*・Sébastien Allgeyer**・Phil Cummins***

要 旨

本稿は Journal of Geophysical Research: Solid Earth で出版された論文 “Adjoint Synthesis for Trans-Oceanic Tsunami Waveforms and Simultaneous Inversion of Fault Geometry and Slip Distribution” (Takagawa et al., 2024) の日本語訳に注釈を加筆したものである。

津波は長距離を伝播し広範囲に被害をもたらす。被害を軽減するためには、津波波源付近の観測に基づき、遠方に伝わる津波を予測することが重要である。近年、津波荷重に対する固体地球の応答や波の分散などの効果が組み込まれたことにより、大洋を横断する津波伝播の数値モデルの精度は著しく向上している。しかし、これらのモデルは計算コストが高く、リアルタイム予測には十分に活用されていない。ここでは、津波の長距離伝播を記述する方程式に対応するアジョイント方程式を導出し、あらかじめ計算されたアジョイント状態のデータベースを用いて、時空間的に分布を持つ任意の波源から対象地点に生じる津波波形を迅速に合成する方法を示す。アジョイント合成法は、津波波源推定のための網羅的なパラメーター探索を可能にする。このアジョイント合成法と逐次モンテカルロ法を用いた断層幾何とすべり分布を同時にインバージョンする手法を提案し、2012 年の Haida Gwaii 地震津波に適用した。モデルの精度と観測データ量が津波波源と波形の推定に与える影響を調べた。その結果、精度の高い伝播モデルを用いた場合、限られた量の観測データのみで、より大きなデータセットで得られた最終モデルと非常によく似た震源と波形の推定が可能であることがわかった。最終的に推定された断層モデルは、Haida Gwaii 海溝と Queen Charlotte 断層の間に分布する巨大衝上断層すべりを含んでいた。また、提案手法は波形予測の不確実性を定量化することができる。

キーワード：アジョイント方程式、遠地津波、高解像度グリーン関数データベース、逐次モンテカルロ法、波源インバージョン、波形予測、不確実性の定量評価、粒子フィルタ

* 津波高潮研究グループ長

** リサーチフェロー，オーストラリア国立大学地球科学研究所

*** 教授，オーストラリア国立大学地球科学研究所

〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬3-1-1 国立研究開発法人海上・港湾・航空技術研究所港湾空港技術研究所

電話：046-844-5250

Fax：046-844-1274

E-mail：takagawa-t@p.mpat.go.jp

Adjoint Synthesis for Trans-Oceanic Tsunami Waveforms and Simultaneous Inversion of Fault Geometry and Slip Distribution

Tomohiro TAKAGAWA*

Sébastien ALLGEYER**

Phil CUMMINS***

Synopsis

This paper is a Japanese translation of the article “Adjoint Synthesis for Trans-Oceanic Tsunami Waveforms and Simultaneous Inversion of Fault Geometry and Slip Distribution” (Takagawa et al., 2024) published in Journal of Geophysical Research: Solid Earth with an annotation added.

Tsunamis propagate over long distances and can cause widespread damage even after crossing ocean basins. Prediction of tsunamis in distant areas based on observations near their sources is critical to mitigating damage. In recent years, the accuracy of numerical models of trans-oceanic tsunami propagation has improved significantly due to the incorporation of effects such as the solid earth response to tsunami loading and wave dispersion. However, these models are computationally expensive and have not been fully utilized for real-time prediction. Here, we derive the adjoint operator for the linear set of equations describing deep-ocean tsunami propagation and show how a pre-computed database of adjoint states can achieve rapid synthesis of tsunami waveforms at target sites from nonpoint arbitrary tsunami sources. The adjoint synthesis method allows for an exhaustive parameter search for tsunami source estimation. A method for simultaneous inversion of fault geometry and slip distribution using adjoint synthesis with Sequential Monte Carlo method was proposed and applied to the 2012 Haida Gwaii earthquake tsunami. The influence of model accuracy and the amount of observed data on the estimation of tsunami sources and waveforms was examined. It was found that with a highly accurate propagation model, using only a limited amount of observed data produced source and waveform estimates very similar to the final models obtained with much larger data sets. The final inferred fault model involved megathrust slip distributed between the Haida Gwaii trench and the Queen Charlotte fault. The proposed method can also quantify the uncertainty of the waveform forecasts.

Key Words: adjoint equations, far-field tsunamis, high-resolution Green's function database, sequential Monte Carlo method, waveform source inversion, waveform prediction, uncertainty quantification, particle filter

* Head of Tsunami and Storm Surge Research Group

** Research Fellow, Research School of Earth Science, Australian National University

*** Professor, Research School of Earth Science, Australian National University

3-1-1, Nagase, Yokosuka, Kanagawa 239-0826, Japan Port and Airport Research Institute

Phone : +81-46-844-5250 Fax : +81-46-844-1274 E-mail : takagawa-t@p.mpat.go.jp

目 次

要 旨	3
1. 序論	6
2. 高精度遠地津波モデルとアジョイント波源インバージョン	7
2.1 荷重変形・圧縮性・分散性	7
2.2 アジョイント状態データベースと断層波源インバージョン	8
3. 方法	9
3.1 遠地津波に対するアジョイント波形合成	9
3.2 波形インバージョン	13
3.2.1 逐次モンテカルロ法	13
3.2.2 津波水位の時系列波形の評価	15
4. 実事例による検証	16
4.1 設定	16
4.1.1 2012年Haida Gwaii地震津波	16
4.1.2 津波データと数値モデル	16
4.1.3 アジョイント状態データベース	19
4.1.4 インバージョンパラメーター	19
4.2 結果と議論	20
4.2.1 逐次モンテカルロサンプリング	20
4.2.2 ゼロスリップ事前分布と交差検証の効果	20
4.2.3 伝播モデルと観測時間の影響	22
4.2.4 波形予測の不確実性	25
4.2.5 最終断層モデル	26
5. 結論	27
謝辞	28
オープンリサーチ	29
参考文献	29
付録A アジョイント方程式の導出	36
付録B 数値モデル	38
付録C 参考図	42
付録D 最終モデルの断層パラメーター	49

1. 序論

津波は主に大規模な地震動による水面擾乱によって発生し、その発生地域は数十キロから数千キロに及ぶ。津波はエネルギーを遠くまで伝え、広い範囲に被害をもたらす。1946年のアリューシャン列島地震の津波は、震源域から約3,700km離れたハワイ島ヒロを地震発生から約5時間後に襲い、173人が死亡した。この出来事をきっかけに、早期警報の重要性が認識され、1949年に太平洋津波警報センターが設立された。その後、2004年のインド洋津波、2010年のチリ津波、2011年の東日本津波など、大洋全域にまたがる津波災害が続いている。

このような破壊的な津波がどのように発生するのかをよりよく理解するために、長い間、津波の観測波形が利用されてきた。沿岸の検潮所などの観測波形データのインバージョンは、典型的には津波の直達波（第一波）を使用し、20世紀の巨大地震がどのように大津波を発生させたかに関する重要な情報をもたらした（例えば、Satake, 1987, 1989, 1993; Satake & Kanamori, 1991）。1990年代後半から2000年代前半にかけて海底圧力計が開発・配備され、津波波形インバージョンで決定される地震断層モデルの精度が向上した（Aoi et al, 2020; Bernard & Titov, 2015）。近距離における津波伝播が線形長波理論を用いて比較的精度よく求められたためである（Baba et al., 2009; Fujii et al., 2011; Lay et al., 2005, 2014; Satake et al., 2013; Yamazaki et al., 2018; Yue et al., 2014, 2015）。しかし、一般に、津波の発生源（波源）から距離のある遠地の観測点では線形長波理論による津波伝播の再現性には限界があると考えられている。

2010年のチリ津波と2011年の東日本の津波は、GPS波浪計や海底圧力計によって記録された最初の大規模なイベントであり、観測された津波波形と計算された津波波形を比較した研究では、遠地において最大15分の到着時間の遅れを含む系統的な誤差の存在が指摘された（Bai et al., 2015; Fujii & Satake, 2013; Grilli et al., 2013）。そして、Tsai et al. (2013) や Watada (2013) は、これらの系統的な誤差は地殻やマントルの変形と海水の圧縮性に起因する密度成層を考慮することで説明できることを示した。以下ではこれらの効果をまとめて副次効果と呼ぶこととする。その後、Baba et al. (2017) は、これらの影響に加え、ブシネスク型の波の分散性を考慮することで、近地から遠地にわたって観測される数時間の津波波形を高精度に再現できることを示した。

この論文では、大洋を横断する津波の伝播を正確にシミュレートすることによって、1~6時間の比較的長い津

波波形データの中に含まれる情報を、より正確な津波波源の推定と観測波形の予測にどのように利用できるかを探る。特に、地震発生後1時間以内に津波が到達する近地の観測点のデータから得られる正確な波源特性を、数時間後に津波が到達する遠地の津波波形の予測精度向上にどのように利用できるか、また、津波発生後に津波が伝播し、観測データが蓄積されることで津波波源や波形予測の精度がどのように向上するのかを観測時間をさまざまに変化させた解析により明らかにする。

津波観測にともなうリアルタイムに更新される津波波源や波形の推定精度の向上は、津波警報システムにとって重要であるが、そのようなシステムには、計算の高速性とロバスト性が求められる（例えば、Gica et al, 2008; Tsushima & Ohta, 2014）。前述した副次効果やブシネスク分散を含む津波の順方向シミュレーションは、計算精度は高い代わりに計算負荷が非常に大きい（Baba et al., 2017）。ここで提案するアジョイント合成は、大洋を長距離伝播する津波を高精度に再現する線形津波方程式に対応するアジョイント演算子を導出し、津波波形のアジョイント状態のデータベースを構築することで、津波波源域から観測地点に伝播する津波波形を非常に効率的に計算することを可能にする。このアジョイント状態のデータベースは、波源域の水位や流速の変化に対して計算されるもので、特定の断層などを仮定しないため、地震や海底地すべりなど、あらゆる種類・形状の津波波源に対して適用することができる。

アジョイント演算はこれまでも津波の波形インバージョンに使用されてきた。観測波形と推定波形の間のミスフィット関数を定義し、勾配降下法（Maeda, 2023; Pires & Miranda, 2001）や共役勾配法（Xie et al., 2023; Zhou et al., 2019）によりミスフィットを最小化することで波源を推定するのであるが、その際に必要なミスフィット関数の勾配の計算を効率的に行うために、アジョイント演算が使用されている。これらの研究では、副次効果やブシネスク分散を考慮しない直交座標系における長波方程式に対して、アジョイント方程式が導出されている。

この研究では、より高精度な海洋を横断する津波伝播の再現が期待できる副次効果やブシネスク分散を考慮した球座標系での長波方程式に対して、アジョイント方程式を導出する。このアジョイント方程式に基づく演算は、ミスフィット関数の勾配を計算するためではなく、高密度なグリッドのグリーン関数データベースと等価なアジョイント状態データベースを作成するために使用される。推定波源と予測波形の精度を分析するには、不確実性を

定量化する必要があるため、私たちは、逐次モンテカルロ法 (SMC)、または粒子フィルタ (例えば、Buchholz et al., 2021; Nguyen et al., 2016) と呼ばれるアプローチで津波波源のインバージョン解析を行う手法を開発した。この手法ではアジョイント状態データベースが津波波源推定値のアンサンブル (集合) を生成するために用いられる。このアンサンブルは津波を生成する断層を表現するパラメーターの集合であり、パラメーターには断層の位置や向き、大きさなどの幾何パラメーターとすべり量の空間的な分布を表すものが含まれ、多様な断層運動を再現可能な自由度の高いパラメーターセットとなっている。

ここではアジョイント状態データベースを使った新しい手法の有効性を、2012年のHaida Gwaii地震 (USGS, 2012) を例に示す。また、この方法によって単に従来の研究よりも波形の再現性の高い波源を推定できるだけでなく、その不確実性も定量的に評価可能であること、さらに、アジョイント状態データベースを効率的に利用することで、この新しい手法が津波警報システムでの利用を検討するのに十分な速さで実行可能であることを示す。

なお、本稿はJournal of Geophysical Research :Solid Earth で出版された論文 “Adjoint Synthesis for Trans-Oceanic Tsunami Waveforms and Simultaneous Inversion of Fault Geometry and Slip Distribution” (Takagawa et al., 2024) の日本語訳に注釈 (※印) を加筆したものである。

2. 高精度遠地津波モデルとアジョイント波源インバージョン

この章では、大洋を横断する津波を高い精度で再現することを可能にした津波伝播理論の発展の歴史を振り返り、さらに地震断層運動にともなう津波の波源を推定するために開発されたベイズ型インバージョン手法について説明する。従来法では断層のすべり量のように津波波形と線形の関係をもつものを推定パラメーターとすることが一般的であったが、ベイズ型インバージョン手法では断層の大きさや方向といった津波波形と線形な関係を持たない非線形パラメーターを含めてインバージョンを行うことが可能である。また、各パラメーターの不確実性を定量的に評価することも可能となる。

2.1 荷重変形・圧縮性・分散性

津波の伝播は通常、剛体底面上の非圧縮性流体の表面重力波として扱われてきたが、高精度の観測データは、流体の圧縮性、津波荷重に伴う地殻やマントル、重力ポテンシャル面の変形などの副次効果を検証する機会を提供し

た。先駆的な理論研究として、Matsuzawa (1950) は、均質弾性半無限空間上の圧縮性流体層の表面重力波を定式化し、分散関係を得た。Nakamura (1961) は典型的な地殻パラメーターを用いて水深4,500mの場合の分散関係を計算し、海水の圧縮性と地殻・マントルの弾性変形を考慮すると、津波の最大位相速度と群速度が1%低下することを示した。Tsai et al. (2013) は、観測された津波到達時間と従来の津波モデルの予測との差が、現実的な多層地球モデルに基づく固体地球の弾性変形と海水の密度成層の効果によって定量的に説明できることを示した。Yue et al. (2014) は、これら2つの効果と分散性 (Mei, 1989) を考慮して、観測点における津波波形の位相遅れを補正する手法を提案した。この位相補正量は水深の関数である。実際の地形を伝播する津波に対し伝播過程全体を代表する位相補正量を求めるため、彼らは津波の伝播経路を大円で近似し、その経路を多数の区間に分割、各区間の水深から推定される位相偏差を合計した。Watada et al. (2014) は、津波荷重の移動に伴うジオイド (重力場の等位面) の変形の影響を追加的に考慮することで、観測された津波の伝播特性を広い周波数帯にわたってよりよく再現できることを示した。彼らは別の位相補正法を提案している。この方法では、海洋の水深変化の水平スケールが津波波長よりもはるかに大きいと仮定し、基準とする水深と波源から観測点までの経路長に基づいて位相補正量を計算する。なお、Watada et al. (2014) では経路長を波源と観測点を通る大円の区間長で近似している。Ho et al. (2017) は、実際の海底地形上で津波伝播の経路とその長さを決定する効率的な方法を提案し、位相補正に使用した。伝播経路は波源からの津波の伝播時間と観測点からの伝播時間を各地点で計算し、その和が最小となる経路として決定される。これらの位相補正は、従来の長波モデルでシミュレートされた波形に適用される。したがって、シミュレーションによる計算コストを増加させることなく、波形の再現精度を向上させることができる。これら2つの補正法はいずれも津波伝播経路を1次元の線状の経路と近似することにより得られるものである。そのため、波向き線の収束・発散、多重反射、非均一な水深上での回折など平面的な津波伝播に対する海水密度成層、地殻・マントルの弾性変形、ジオイド変形などの副次効果や分散性の影響を考慮することはできない。

Allgeyer & Cummins (2014) は、実地形上で地殻・マントルの変形と海水密度成層の影響を考慮可能な数値シミュレーションモデルを開発した。このモデルにより、非均一な水深場での面的な津波伝播に対するこれらの副次効

果の影響を考慮することが可能となった。Baba et al. (2017) は、ブシネスク型の分散性とジオイド変形の効果を追加的に取り入れることでこのモデルを改良し、遠地津波の波形を微細な解像度のモデリングを通じて非常に正確に再現した。

1次元経路近似による位相遅れの補正法は、津波震源インバージョンや波形の再現計算に活用されている（例えば、Fujii et al., 2021; Gusman et al., 2015; Ho et al., 2017; Lay et al., 2014; Yue et al., 2014）。Yue et al. (2014) は、この補正法を2010年のチリ・マウレ地震津波に適用し、海溝付近の局所的な断層すべりを明らかにした。彼らは、遠地津波波形を用いた波源インバージョンにはこのような補正が不可欠であると結論づけた。一方、分散性が近地津波波形を用いた津波の高精度なインバージョンに重要であることが示されている（例えば、Gusman, Mulia et al., 2016; Hossen, Cummins, Dettmer, & Baba, 2015; Li et al., 2016; Saito et al., 2010）にもかかわらず、1次元経路近似なしで副次効果とブシネスク型の分散性を考慮することができるBaba et al. (2017) が提案した数値モデルは、津波波形のインバージョンにはまだ適用されていない。その原因はおそらくこのモデルの計算コストが高すぎるためであろう。

2.2 アジョイント状態データベースと断層波源インバージョン

断層運動に伴う津波波源インバージョンは一般に非線形最適化問題であり、波形が断層の位置や向き、大きさなどの波源パラメーターにどのように依存するかを評価するために、何度もシミュレーションを繰り返す必要がある。これは、副次効果やブシネスク分散が考慮される場合など、シミュレーション自体の計算コストが高い場合には大きな課題となる。この課題を克服するために様々なアプローチにより問題を線形化することがしばしば行われる。これらのアプローチでは、津波波形の効率的なモデリングを容易にするために、事前に計算された単位波源の津波波形（「グリーン関数」とも呼ばれる）のデータベースが使用される。

津波波源推定の最も一般的な線形パラメタリゼーションの一つは、有限断層（その多くは矩形）を仮定するものである（例えば、Fujii et al., 2011; Lay et al., 2005, 2014; Satake, 1987, 1989, 1993; Satake & Kanamori, 1991; Satake et al., 2013; Yamazaki et al., 2018; Yue et al., 2014, 2015）。津波波形に対して非線形な影響を及ぼす断層の位置、走向、傾斜、空間的広がりなどのパラメーターは、地震動インバージョン解析の結果や、経験的なスケーリング則、地質調査や地震カタログの情報に基づいてあらかじめ与えられるの

が一般的である。津波波形に対して線形関係にあるすべり量だけが、推定すべき津波波源モデルのパラメーターとして用いられる。断層を小断層に分割し、各小断層において走向方向あるいは傾斜方向に単位量のすべりが生じた場合の津波シミュレーションを行い、観測点における津波波形を評価する。これらの津波波形はインパルス応答、すなわちグリーン関数とみなされる。観測された波形は、これらのグリーン関数の線形結合によってモデル化することができ、線形結合のそれぞれの係数は小断層の各方向のすべり量に対応する。この線形化は計算コストの削減に非常に効果的であるため、NOAAの早期津波浸水予測手法SIFT（Short-term Inundation Forecast for Tsunamis）に取り入れられている（Gica et al., 2008）。その中では、環太平洋の沈み込み帯で計算されたグリーン関数のデータベースが使用されている。しかし、断層の位置や大きさなどは、インバージョンの際には変化せず、あらかじめ固定されており、波源の推定精度には制約がある。Nakata et al. (2019) は、波形予測が観測波形と非線形関係にある水平位置の影響を受けやすいことを指摘しており、事後解析によりこうした非線形パラメーターも含めてインバージョンを行うことで津波波形の予測精度が大幅に向上しうることを示した。ただし、この解析には多数の津波シミュレーションが必要であり、こうした結果を実際の警報業務に活用可能な程度の短時間で実行することはできないものであった。

これとは異なるタイプの線形化は、津波波源として水面変位を直接パラメーター化することである。頂部を平坦化したピラミッド型（Tsushima, et al., 2009）、ガウス分布型（Tsushima et al., 2012）、またはレイズドコサイン型（Dettmer et al., 2016）のような、単純な形状を持つ基底津波波源を等間隔に配置し、それらの線形結合を用いて津波波源としての初期水面擾乱をモデル化する。この方法には、地震破壊の有限断層モデルによる地震波形のインバージョン（例えば、Hartzell & Heaton, 1983; Ide, 2007）と同様に、基底波源の数が多くなるとグリーン関数の計算負荷が増大するという問題がある。このような研究では弾性波動方程式の相反定理を利用して、この問題を回避することが一般的に行われる。すなわち、ある条件下で震源と観測点の位置を交換するシミュレーションの等価性が保証される（例えば、Aki & Richards 2002）相反性を利用するのである。これにより、必要なシミュレーションの回数を、より大きな数の基底波源ではなく、比較的少数の観測点に比例させることができるため、震源インバージョンに必要なグリーン関数の計算回数を大幅に減らす

ことができる（例えば, Eisner & Clayton 2001; Furumura & Maeda 2021; Graves & Wald 2001; Zhao et al. 2006）.

弾性波動方程式と同様のアプローチを津波伝播現象に応用する試みは, Korolev (2011) にみられる. そこでは線形浅水方程式において近似的に相反性が成り立つことが示され, 近似相反性を用いた津波波源の研究 (Hossen, Cummins, Roberts, & Allgeyer, 2015; Mulia et al., 2018) に活用されている. この相反性の近似は, 波源と観測点の水深がほぼ一定であるという条件の下で有効であるとされる (Korolev, 2011). 実際には, 津波波源は10~1000kmのスケールに及び, 海溝のような複雑な水深分布を持つ地域で発生する可能性があるため, この条件は必ずしも満たされない. 例えば, 後で示す2012年のHaida Gwaii地震津波では, 断層すべりの大部分はHaida Gwaii海溝から最大30~40kmの海域に集中していると考えられており (例えば, Gusman, Sheehan, et al., 2016 ; Lay et al., 2013) その海域では水深がおおよそ1000mから3000mまで変化している.

グリーン関数の相反性は, 線形弾性力学方程式のような, 自己アジョイントである線形方程式に対して厳密に成り立つ (Stakgold, 1979). 線形浅水方程式は自己アジョイントではないため, 相反性は保証されない. しかし, 以下に示すように, 線形津波方程式のアジョイント演算子を用いることで, 地震波の相反性を用いた場合と全く同じ計算効率を津波シミュレーションで達成することができる.

本研究では, 波源域と観測域の水深が一定であるという条件に依存せず, どのような水深場でも非点源からの順方向伝播波形と完全に一致する波形を逆方向の伝播計算により評価することを可能にするアジョイント合成法を提案する. この方法では点波源の集合に対する線形重ね合わせによって, 任意の広がりを持つ波源を合成することができる. 完全に相反性を満たす逆向きの波形評価法は, 通常のモデル方程式に対応するアジョイント方程式を導出することによって可能となる. ここでは, 海水密度成層, 津波荷重による地殻・マンツルの弾性変形, 重力場の変形, プシネスク型の波の分散性の影響を考慮した高精度遠地津波方程式から, これに対応するアジョイント方程式を導出する.

各観測点に対してアジョイントシミュレーションを行い, アジョイント状態の時系列をデータベースとして保存しておくことで, 水深が任意に変化する波源域において, 任意の非点源からの観測点における波形を効率的に評価することができる. 相反性の活用により, このデータベースの作成に必要なシミュレーションの回数は, 津波

波源域の計算格子セル数から観測地点の数まで減らすことができる. 例えば, Tsushima et al. (2009) は, 540秒角の格子間隔でグリーン関数データベースを作成し, 18地点の観測波形データを用いて東北沖の津波波源のインバージョンを行った. このとき使われたグリーン関数のデータベースは, 最大計算格子サイズ20秒角で1698回のフォワードシミュレーションを実行することによって構築された. アジョイントシミュレーションの場合は, わずか18回の計算で20秒角のグリーン関数データベースを作成することができる. フォワードシミュレーションで同じ密度のグリーン関数データベースを作成した場合, 約120万回 ($\sim 1698 \times (540/20)^2$) のシミュレーションが必要となる. このように, 高密度のグリーン関数データベースを作成するためには, アジョイントシミュレーションが有利である. 海面変動を基底としたグリーン関数の事前計算データベースを使用した津波波形成は, これまでの研究で使用されてきた (Dettmer et al., 2016; Hossen, Cummins, Dettmer, & Baba, 2015; Tsushima et al., 2009). これらは上述のSIFTモデル (Gica et al., 2008) と類似しているが, SIFTのデータベースが沈み込み帯メガスラストに適合した形状の基底を用いており, あらかじめ定義された断層セグメントに基づいている点が異なる. アジョイント状態を使用した合成法では, データベースの計算に使用される計算グリッドの解像度で表現されるあらゆる津波波源に対応する津波波形成を厳密な相反性に基づき合成することができる.

本論文では, アジョイント合成と逐次モンテカルロ法 (SMC: Sequential Monte Carlo) を用いて, 津波を発生させた断層の幾何パラメーターとすべり分布を津波観測データから同時に推定する手法を提案する. 提案手法では Nakata et al. (2019) が指摘した断層幾何の事前定義による精度低下を回避することが期待される. 提案手法を2012年のHaida Gwaii地震津波に適用し, 遠地津波の波形予測性能を検証する.

3. 方法

3.1 遠地津波に対するアジョイント波形合成

本研究では, Baba et al. (2017) が提案した津波モデルを基礎とする. このモデルは海水の密度成層や津波荷重による地殻・マンツルの弾性変形, 重力ポテンシャルの変化を考慮した非線形分散波モデルであり, 連続式および運動方程式は以下のように表される.

$$\rho_h \frac{\partial(\eta_0 + \zeta)}{\partial t} = -\frac{\rho_{avg}}{R \sin \theta} \left\{ \frac{\partial M}{\partial \varphi} + \frac{\partial(N \sin \theta)}{\partial \theta} \right\} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{M^2}{h + \eta} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{MN}{h + \eta} \right) \\ = - \frac{g(h + \eta)}{R \sin \theta} \frac{\partial \eta}{\partial \varphi} - fN - \frac{gn^2}{(h + \eta)^{\frac{7}{3}}} M \sqrt{M^2 + N^2} \\ + \frac{h^2}{3R \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\frac{1}{R \sin \theta} \left(\frac{\partial^2 M}{\partial t \partial \varphi} + \frac{\partial^2 (N \sin \theta)}{\partial t \partial \theta} \right) \right] \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{MN}{h + \eta} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{N^2}{h + \eta} \right) \\ = - \frac{g(h + \eta)}{R} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} + fM - \frac{gn^2}{(h + \eta)^{\frac{7}{3}}} N \sqrt{M^2 + N^2} \\ + \frac{h^2}{3R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\frac{1}{R \sin \theta} \left(\frac{\partial^2 M}{\partial t \partial \varphi} + \frac{\partial^2 (N \sin \theta)}{\partial t \partial \theta} \right) \right] \quad (3) \end{aligned}$$

ここで $\eta = \eta_0 + \zeta$ であり、 η_0 は静止時の水面からの変位量、 ζ はジオイド（等重力ポテンシャル面）を基準とした場合の津波荷重による海底の変位、 M と N は水深方向に積分された流量で、それぞれ経度 φ と余緯度 θ 方向の成分、 t は時間、 R は地球の半径、 h は静止時の水深、 ρ_h と ρ_{avg} はそれぞれ海底と水柱平均の海水密度、 g は重力加速度、 n はマニングの粗度係数、 f は次式で表されるコリオリパラメーターである。

$$f = 2\Omega \cos \theta \quad (4)$$

ここで Ω は地球の自転速度である。式(2)と式(3)の左辺の第2項と第3項は移流項である。右辺の第3項は底面摩擦を表す。これらの非線形項は、浅海では津波の伝播に大きな影響を与えるが、深海ではその影響が小さいことがよく知られている。右辺の第4項はブシネスク型の分散性を表す項である。なお、分散性についてはより高次の項を考慮したものも提案されている（例えば、Lynett, 2006）。津波の波長が水深変動の水平スケールよりもはるかに長い場合、高次分散項に現れる水深の空間微分は無視することができ、式(2)および式(3)が得られる（Saito, 2019）。Baba et al. (2017) は、2011年の東日本大震災の津波をシミュレートし、深海のDARTブイで記録された波形に対する各非線形項の影響を示した。線形分散波動方程式と非線形分散波動方程式の結果を比較すると、津波到達時刻から最初の1時間は波形に明らかな差は見られないが、それ以降は浅海域を通過して後から到達した津波の成分による波形の差が見られた。この差については、4章でも詳しく取り上げる。これらの非線形項を無視し、水位変動が水深に対して十分に小さいと仮定すると、以下の線形分散方程式（例えば、Saito, 2019）が得られる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = - \frac{\rho_{avg}}{\rho_h R \sin \theta} \left\{ \frac{\partial M}{\partial \varphi} + \frac{\partial (N \sin \theta)}{\partial \theta} \right\} \quad (5)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = - \frac{gh}{R \sin \theta} \frac{\partial \eta}{\partial \varphi} + \frac{h}{R \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} - fN \quad (6)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = - \frac{gh}{R} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} + \frac{h}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + fM \quad (7)$$

ここで Φ は、分散項を効率的に計算するために Shigihara & Fujima (2014) で導入された変数で、以下のように定義される。

$$\Phi = \frac{h}{3R \sin \theta} \left\{ \frac{\partial^2 M}{\partial t \partial \varphi} + \frac{\partial^2 (N \sin \theta)}{\partial t \partial \theta} \right\} \quad (8)$$

なお、ここでの ρ_h と ρ_{avg} 、 ζ の評価は、Allgeyer & Cummins (2014) と Baba et al. (2017) に従って行った。

式(5)–(7)は、ベクトル $\mathbf{x} = (\eta, M, N)^T$ と線形演算子 $\mathcal{L}$ を用いて簡潔に表すことができる。

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathcal{L}\mathbf{x} \quad (9)$$

ここで、内積を次のように定義する。

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{x}, \mathbf{x}' \rangle &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{x}^T \mathbf{x}' d\theta d\varphi dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (\eta\eta' + MM' + NN') d\theta d\varphi dt \quad (10) \end{aligned}$$

この内積は、支配方程式でモデル化された津波波源と観測変数の関係を解析するのに有効である。時刻ゼロの擾乱 $\eta_{src}(\varphi, \theta)$ 、 $M_{src}(\varphi, \theta)$ 、 $N_{src}(\varphi, \theta)$ による津波の伝播計算の場合、ある時刻 t における観測点 $(\varphi_{obs}, \theta_{obs})$ の水位は次のように表される。

$$\eta_{obs}(t) = \langle \mathcal{L}\mathbf{x}_{src}, \mathbf{x}_{obs} \rangle \quad (11)$$

ここで

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{src} &= \begin{pmatrix} \eta_{src}(\varphi, \theta) \cdot \delta(0) \\ M_{src}(\varphi, \theta) \cdot \delta(0) \\ N_{src}(\varphi, \theta) \cdot \delta(0) \end{pmatrix}, \\ \mathbf{x}_{obs} &= \begin{pmatrix} \delta(\varphi_{obs}) \cdot \delta(\theta_{obs}) \cdot \delta(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (12) \end{aligned}$$

であり、 δ はディラックのデルタ関数である。波源関数 $\mathbf{x}_{src}$ は水面の瞬間的な鉛直変位と流れ場の変化に対応する。観測ベクトル $\mathbf{x}_{obs}$ と波動場の内積をとることで、経度 φ_{obs} 、余緯度 θ_{obs} 、時刻 t における水位値を評価することができる。 $\mathbf{x}_{obs}$ の2行目と3行目がゼロであることは、これらの成分がゼロと仮定されることを意味するのではなく、単に $\mathcal{L}\mathbf{x}_{src}$ の水位成分のみが式(11)の計算に使用されることを意味する。式(11)は次のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned}\eta_{obs}(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (\mathcal{L}\mathbf{x}_{src})^\top \mathbf{x}_{obs} d\theta d\varphi dt \\ &= \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{x}_{sim}^\top \mathbf{x}_{obs} d\theta d\varphi\end{aligned}\quad (13)$$

ここに

$$\mathbf{x}_{sim} = \int_0^t \mathcal{L}\mathbf{x}_{src} dt \quad (14)$$

である。

Rieszの表現定理は任意の $\mathbf{x}$ と $\mathbf{x}'$ に対して以下の関係を満たす $\mathcal{L}$ のアジョイント $\mathcal{L}^\dagger$ が一意に定義されることを保証する (Stakgold, 1979)。

$$\langle \mathcal{L}\mathbf{x}, \mathbf{x}' \rangle = \langle \mathbf{x}, \mathcal{L}^\dagger \mathbf{x}' \rangle \quad (15)$$

アジョイント演算子の具体的な式は、付録Aに示すように、部分積分をとることで得られる。得られたアジョイント方程式は以下の通りである。

$$\frac{\partial \eta'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{ghM'}{R \sin \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{ghN'}{R} \right) \quad (16)$$

$$\frac{\partial M'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\left(\frac{\rho_{avg}}{\rho_h} \right) \eta'}{R \sin \theta} \right) - \frac{h}{R} \frac{\partial \Phi'}{\partial \varphi} + fN' \quad (17)$$

$$\frac{\partial N'}{\partial t} = \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\left(\frac{\rho_{avg}}{\rho_h} \right) \eta'}{R \sin \theta} \right) - \frac{h \sin \theta}{R} \frac{\partial \Phi'}{\partial \theta} - fM' \quad (18)$$

$$\Phi' = \frac{1}{3R \sin \theta} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial t \partial \varphi} \left(\frac{hM'}{\sin \theta} \right) + \frac{\partial^2 (hN')}{\partial t \partial \theta} \right\} \quad (19)$$

ここでプライムのついた変数はアジョイントパラメータを表す。これらの式は以下の変数変換のもとで、式(5)–(7)に一致する。

$$\begin{aligned}\frac{\left(\frac{\rho_{avg}}{\rho_h} \right) \eta'}{\sin \theta} &\rightarrow \eta, & \frac{ghM'}{\sin \theta} &\rightarrow -M, & \frac{ghN'}{\sin \theta} &\rightarrow -N, \\ gh\Phi' &\rightarrow \Phi, & f &\rightarrow -f\end{aligned}\quad (20)$$

この一致は、分散項における水深の空間微分を無視できる場合に成り立つ。この近似は式(2), (3)のような分散波方程式の導出過程にも用いられているものである (Saito, 2019の式(6.78)を参照)。この式(20)の変数変換を $\mathcal{P}$ と表記すると、式(11)は以下のように計算することができる。

$$\begin{aligned}\eta_{obs}(t) &= \langle \mathcal{L}\mathbf{x}_{src}, \mathbf{x}_{obs} \rangle = \langle \mathbf{x}_{src}, \mathcal{L}^\dagger \mathbf{x}_{obs} \rangle \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{x}_{src}^\top \mathcal{L}^\dagger \mathbf{x}_{obs} d\theta d\varphi dt\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{x}_{src}^\top \left(\int_t^0 \mathcal{L}^\dagger \mathbf{x}_{obs}(t) dt \right) d\theta d\varphi \\ &= \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{x}_{src}^\top \left(\int_0^t \mathcal{P}^{-1} \mathcal{L} \mathbf{x}_{obs}(0) dt \right) d\theta d\varphi \\ &= \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \mathbf{x}_{src}^\top \mathbf{x}_{db} d\theta d\varphi\end{aligned}\quad (21)$$

ここに

$$\mathbf{x}_{db} = \mathcal{P}^{-1} \int_0^t \mathcal{L} \mathbf{x}_{obs}(0) dt \quad (22)$$

であり、 $\mathcal{P}^{-1}$ は $\mathcal{P}$ の逆変換を示す。これは、アジョイント状態 $\mathbf{x}_{db}$ が与えられた場合、観測点における水位の時系列が津波波源 $\mathbf{x}_{src}$ と $\mathbf{x}_{db}$ の空間内積を計算するだけで評価できることを示している。これは、波源域、観測域の水深の一様性に関係なく、時間的・空間に広がりをもつ波源も点源の線形重ね合わせで近似できることを示している。実際の津波を記録する沿岸の潮位計や海底圧力計では一般的にそうであるが、観測地点の位置が事前に分かっているならば、アジョイント状態 $\mathbf{x}_{db}$ を事前に計算し、データベースとして保存しておくことができる。そして、空間内積の計算コストは、基礎方程式の時間積分よりもはるかに小さい。さらに、上で示したように、このアジョイント状態データベースの計算は、元の方程式の時間積分の前後に簡単な変数変換を行うことで実現できる。変数変換によるアジョイント計算は、アジョイントモデル開発のコストを大幅に削減する。図-1には、観測地点における波形評価の3つの方法を模式的に示した。

第1の方法は、基礎方程式を用いた「フォワード」シミュレーションに基づくものである。フォワードシミュレーションは、スタグガード格子を用いた有限差分法を用いて行い、時間発展はリーブフロッグ法を用いて計算した (例えば, Baba et al., 2017, Goto et al., 1997)。分散項については, Shigihara & Fujima (2014) に従って Φ のポアソン方程式を導出し、その差分方程式を反復法によって解く。この部分はシミュレーションの中で最も計算負荷の高い部分である。この部分を効率的に解くために、Portable, Extensible Toolkit for Scientific computation (PETSc) ライブラリ (Balay et al., 1997, 2022) の共役勾配法の並列実装と、マルチグリッド前処理に関する HYPRE ライブラリ (Falgout & Yang, 2002) を用いた。参考としてシミュレーションに非線形項を含める場合、Goto et al. (1997) に従い移流項は一次風上差分法を、底面摩擦項は中心差分法

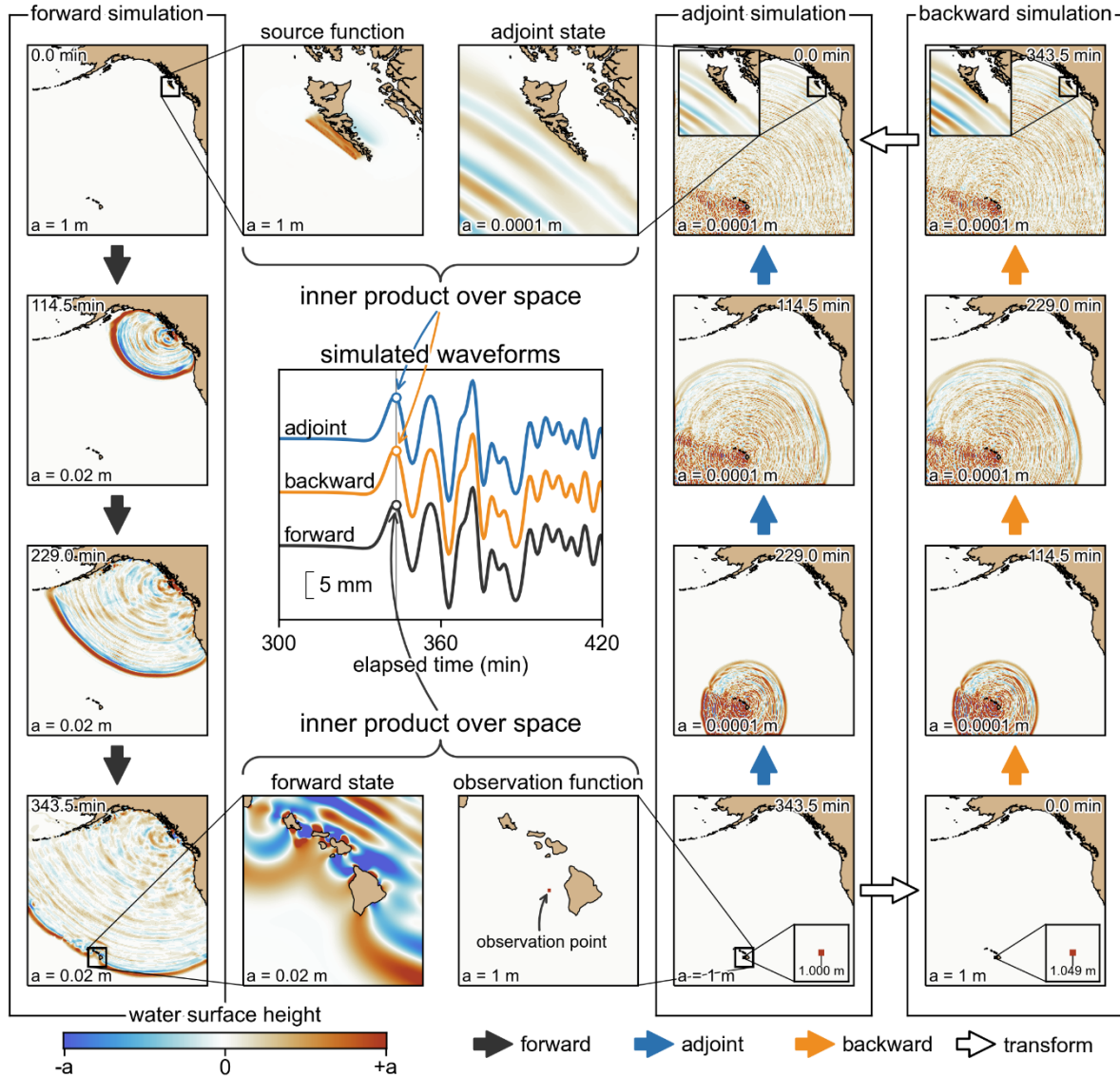


図-1 観測点における波形評価の3つの方法。通常のフォワードモデルでは、津波波源からの津波伝播シミュレーションを行い、観測地点での水位を評価する。一方、アジョイント合成法では、観測地点に点状の津波波源を置き、アジョイントモデルを用いて伝播シミュレーションを行い、フォワードモデルで用いた津波波源との空間内積をとることで波形を評価する。アジョイントモデルシミュレーションは、計算前後に変数変換を施したフォワードモデルによるバックワードシミュレーションに置き換えることができる。これらの異なる波形評価方法によって得られた3つの波形を中央のパネルに示した。こうして得られた3つの波形は、非一様な水深場を伝播する場合や波源が点状ではなく、分布を持つ場合であっても一致する。

を用いて評価した。海岸との境界は完全反射を仮定し、沖合の境界には、エネルギーを吸収するための人工的なスポンジ層を計算領域の外側に配置した (Cruz, et al., 1993)。スポンジ層内では、分散項は外縁に向かって徐々に減少し、外縁ではゼロに設定された (Shigihara & Fujima, 2014)。そして、長波近似に基づく放射境界条件がスポンジ層の外縁で適用された (Goto et al., 1997)。海底とジオイドの変形は、津波荷重と単位荷重による応答のグリーン関数との畳み込みによって計算される (例えば, Pagiatakis,

1990; Ray, 1998; Vinogradova et al., 2015) このグリーン関数は軸対称であるため、球面調和関数変換を用いた等方的畳み込みによって効率的に計算することができる (例えば, Roddy & McEwen, 2021)。この等方的畳み込みを実行するために、球面調和関数変換ライブラリ Spherical Harmonic Transformation (SHTns; Schaeffer, 2013) を使用した。重力加速度はSomiglianaの公式 (Heiskanen et al., 1967) で与えた。フォワードモデルの数値計算アルゴリズムの詳細は付録Bに示した。

第2の方法は、アジョイント方程式を用いた「アジョイント」シミュレーションに基づくものである。この計算を行うためには、アジョイントモデルを開発する必要がある。アジョイントモデルは、離散化されたフォワードモデルの転置に対応するプログラムを作成することで得られる (Kalnay, 2003, Appendix B)。海底やジオイドの変形の計算部分には、等方的な球面畳み込みの自己アジョイント性 (Kennedy et al., 2008) を利用することができる。詳細なアルゴリズムは付録Bに示した。

第3の方法は、前後に変数変換を施した「バックワード」シミュレーションに基づくものである。式(20)に従った変換と逆変換によって、バックワード状態とアジョイント状態が変換できることは、アジョイントシミュレーションとバックワードシミュレーションが、密度成層、ブシネスク型の分散性、コリオリ効果を考慮することなく、直交座標を使用し、入力と出力が水位である場合に一致することを示している。変数変換を伴わない単純なバックワードシミュレーションの結果がフォワードシミュレーションの結果と一致するのは、これらの条件がすべて満たされた場合のみである。このような特殊な条件下だけでなく、一般の条件でこれらの結果を一致させるにはアジョイントシミュレーションを行う、もしくは変数変換を組み合わせる必要がある。式(20)–(22)は、海水の密度比、水深、波源と各格子点の緯度のみに依存する変換によって、アジョイント状態とバックワード状態が交換可能であることを示している。図-1において、アジョイントシミュレーションとバックワードシミュレーションの間に位相差がなく、振幅の差のみが認められるのはこのためである。第3の方法では、アジョイントモデル開発の追加コストなしに、効率的な波形評価の利点を享受することができる。数値的には等価である後者の2つの方法を、アジョイント合成法と呼ぶことにする。

3.2 波形インバージョン

3.2.1 逐次モンテカルロ法

パラメータの探索にはマルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC: Markov Chain Monte Carlo) 法 (Metropolis & Ulam, 1949など) を用いた。MCMCでは、モデルパラメータ $\mathbf{m}$ の事前分布 $p(\mathbf{m})$ と観測データ $\mathbf{d}$ に対する尤度 $p(\mathbf{d}|\mathbf{m})$ がモデル化され、事後分布 $p(\mathbf{m}|\mathbf{d})$ は一連のランダムウォークによって漸近的に推定される。ベイズの定理によれば、事後分布は次のように表現される。

$$p(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = k^{-1} p(\mathbf{d}|\mathbf{m}) p(\mathbf{m}) \quad (23)$$

ここで k は正規化定数である。この定数は一般にパラメータ空間上の多重積分として表現され、計算には非常にコストがかかるが、定数であるため、事後分布の形状には影響しない。MCMCは、正規化定数を評価することなく、一連のランダムウォークの結果から事後分布を推定する方法である。最も基本的なランダムウォーク法の1つがメトロポリス・ヘイスティンズ・アルゴリズム (Hastings, 1970) である。このアルゴリズムでは、パラメータ空間上のウォーカー (あるいは粒子) が、次のように定義される受理率 r で候補位置に移動する。

$$r = \min \left(1, \frac{p(\mathbf{d}|\mathbf{m}_{\text{can}}) p(\mathbf{m}_{\text{can}})}{p(\mathbf{d}|\mathbf{m}_{\text{cur}}) p(\mathbf{m}_{\text{cur}})} \right) \quad (24)$$

ここで、 $\mathbf{m}_{\text{cur}}$ と $\mathbf{m}_{\text{can}}$ はそれぞれ、パラメータ空間におけるウォーカーの現在 (current) 位置と移動先の候補 (candidate) 位置を表すベクトルである。一連のランダムウォークの位置は、事後分布に従う標本 (サンプル) と考えることができる。多数の標本によって、事後分布を近似的に推定するのがMCMC法である。

尤度は、観測された波形変数とモデル化された波形変数の差がガウス分布に従うと仮定して、以下のように定義した (例えば, Dettmer et al., 2016)。

$$p(\mathbf{d}|\mathbf{m}, \Sigma) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |\Sigma|}} \exp \left(-\frac{1}{2} (\mathbf{d} - F(\mathbf{m}))^T \Sigma^{-1} (\mathbf{d} - F(\mathbf{m})) \right) \quad (25)$$

ここで、 Σ は共分散行列、 n は波形データ $\mathbf{d}$ の数、 F はモデルパラメータを津波波形に変換する関数であり、詳細は3.2.2で述べる。簡単のため、 $\Sigma = \sigma^2 \mathbf{I}$ とすると、

$$p(\mathbf{d}|\mathbf{m}, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)^n}} \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2} |\mathbf{d} - F(\mathbf{m})|^2 \right) \quad (26)$$

となる。ここで、 σ^2 は分散、 $\mathbf{I}$ は単位行列である。事前分布としては、さまざまな分布とその組み合わせが使用できる。後で示す検証事例では、一様分布、正規分布、指数分布という3つの分布を使っている。

一様分布：

$$p(x) = \begin{cases} 1/2b, & \text{if } a - b < x < a + b \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (27)$$

正規分布：

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi b^2}} \exp \left(-\frac{(x - a)^2}{2b^2} \right) \quad (28)$$

指数分布：

$$p(x) = b \exp(-bx) \quad (29)$$

ここで、 a と b はそれぞれ分布の位置とスケールを定義するパラメーターである。

地震分野の研究によれば、GNSSデータを用いて推定された断層パラメーターの事後分布は、多峰性であり (Ohno et al., 2021), パラメーター間に強い相関がある (Munekane et al., 2016). そこで、多峰性分布からの効率的なサンプリングが可能な逐次モンテカルロ (SMC: Sequential Monte Carlo) 法 (例えば, Nguyen et al., 2016; Buchholz et al., 2021) を用いる。

SMC法では、擬似逆温度 β を以下のように導入する。

$$p_\beta(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = k^{-1} p(\mathbf{m}) p(\mathbf{d}|\mathbf{m})^\beta \quad (30)$$

この分布は、 $\beta = 0$ のときは事前分布と一致し、 $\beta = 1$ のときは事後分布と一致する。式(27)–(29)のような単純な分布は、標準的な数値ライブラリを用いてサンプリングできるため、一般的に事前分布として選択される。一方、事後分布は複数のピークを持つ複雑な分布となる。SMC法では、多数のサンプルの集合 (アンサンブル) を用いて事後分布を近似することを目指す。このスキームでは、 $\beta = 0$ で得られたアンサンブルから開始し、 β が徐々に増加するにつれて、アンサンブルは分布 $p_\beta(\mathbf{m}|\mathbf{d})$ に従うように調整される。具体的には、以下の「補正 (Correction)」、「選択 (Selection)」、「突然変異 (Mutation)」が繰り返し実行される。

補正 (Correction) : $p_{\beta_{t-1}}(\mathbf{m}|\mathbf{d})$ は、それを近似するサンプルの集合 $\{\mathbf{m}^i\}$ とその重み $\{w_{t-1}^i\}$ を用いて次のように表すことができる。なお、上付き添字 i はサンプル番号、下付き添字 $t-1$ は β を増加させる反復のステップ数である。

$$p_{\beta_{t-1}}(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = \sum_{i=1}^{N_p} w_{t-1}^i \delta(\mathbf{m} - \mathbf{m}^i) \quad (31)$$

ここで N_p はサンプル数であり、重みは以下の関係を満たす。

$$\sum_{i=1}^{N_p} w_{t-1}^i = 1 \quad (32)$$

次の関係から、

$$\begin{aligned} p_{\beta_t}(\mathbf{m}|\mathbf{d}) &\propto p(\mathbf{m}) p(\mathbf{d}|\mathbf{m})^{\beta_t} \\ &= p(\mathbf{m}) p(\mathbf{d}|\mathbf{m})^{\beta_{t-1}} p(\mathbf{d}|\mathbf{m})^{(\beta_t - \beta_{t-1})} \\ &\propto p_{\beta_{t-1}}(\mathbf{m}|\mathbf{d}) p(\mathbf{d}|\mathbf{m})^{(\beta_t - \beta_{t-1})} \\ &= \left(\sum_{i=1}^{N_p} w_{t-1}^i \delta(\mathbf{m} - \mathbf{m}^i) \right) p(\mathbf{d}|\mathbf{m})^{(\beta_t - \beta_{t-1})} \\ &= \sum_{i=1}^{N_p} (w_{t-1}^i p(\mathbf{d}|\mathbf{m})^{(\beta_t - \beta_{t-1})}) \delta(\mathbf{m} - \mathbf{m}^i) \quad (33) \end{aligned}$$

1 ステップ進んだ事後分布は次のように表される。

$$p_{\beta_t}(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = \sum_{i=1}^{N_p} w_t^i \delta(\mathbf{m} - \mathbf{m}^i) \quad (34)$$

ここで

$$w_t^i = \frac{w_{t-1}^i p(\mathbf{d}|\mathbf{m})^{(\beta_t - \beta_{t-1})}}{\sum_{i=1}^{N_p} w_{t-1}^i p(\mathbf{d}|\mathbf{m})^{(\beta_t - \beta_{t-1})}} \quad (35)$$

である。この式に従って重みを更新することで、 β_{t-1} を近似するアンサンブルと重みから β_t における事後分布を近似するために調整された重みを得ることができる。

選択 (Selection) : 重みの更新を続けると、少数のサンプルに重みが集中し、他の多くのサンプルは小さな重みになる傾向があり、これはアンサンブルによる近似の縮退を引き起こす。これを避けるために、次式で表される有効サンプルサイズ (ESS) がしきい値を下回る場合には再サンプリングを行う。

$$ESS = \left(\sum_{i=1}^{N_p} (w_t^i)^2 \right)^{-1} \quad (36)$$

再サンプリングは、アンサンブル $\{\mathbf{m}^i\}$ から重み $\{w_t^i\}$ にしたがってサンプルを再抽出することで行われる。そして、再サンプリングの後にはすべての新しいサンプルに等しい重みが与えられる。

突然変異 (Mutation) : 突然変異のステップでは、サンプル・パラメーターは上で示したメトロポリス・ヘイスティングス・アルゴリズムによって更新される。候補の生成方法はアルゴリズムの収束に大きな影響を与える。ランダムウォークのステップが大きすぎると、ほとんどが受理されず、ウォーカーはパラメーター空間をほとんど移動しない。一方、ステップが小さすぎると、候補の受理確率は上がるが、移動が遅くなり、ターゲット分布をよく表

すアンサンブルを得るにはより多くの反復が必要になる。ここでは、アンサンブルを近似する正規分布からのランダムサンプルを候補として用いた (Nguyen et al., 2016)。正規分布の平均 μ と共分散 Σ は以下のように定義される。

$$\mu = \sum_{i=1}^{N_p} w^i \mathbf{m}^i \quad (37)$$

$$\Sigma = \sum_{i=1}^{N_p} w^i (\mathbf{m}^i - \mu)(\mathbf{m}^i - \mu)^T \quad (38)$$

β の値は、ユーザーが選んだ値 $\alpha_p \in (0,1)$ に対して有効サンプルサイズ (ESS : Effective Sample Size) に関する方程式 $ESS(\beta) = \alpha_p N_p$ を解くことによって更新される。ここで $ESS(\beta)$ は次のように定義される (例えば, Beskos et al., 2016)。

$$ESS(\beta) = \left(\sum_{i=1}^{N_p} \left(\frac{p(\mathbf{d}|\mathbf{m})^{(\beta-\beta_t)}}{\sum_{i=1}^{N_p} p(\mathbf{d}|\mathbf{m})^{(\beta-\beta_t)}} \right)^2 \right)^{-1} \quad (39)$$

本研究では、 $\alpha_p = 0.8$ を使用し、二分法による繰り返し計算により式(39)を解いた。

3.2.2 津波水位の時系列波形の評価

矩形断層上のすべりの空間分布は、矩形断層パラメータを津波波形に変換する式(26)の関数 F で考慮される。この関数はSMCアルゴリズムで何度も評価される。すべり分布はこの関数の内部で毎回インバージョンされる。

関数 F そのものを説明する前に、基本的な一様すべりの矩形断層モデルに対する津波波形の評価方法を示す。その手順は次の4つのステップからなる。(1) Okada (1992)の定式化に基づき、断層パラメータから半無限弾性体を仮定した海底の水平・鉛直変位を計算する。(2) 海底斜面の水平移動に伴う鉛直成分を海底の鉛直変位に加える (Tanioka & Satake, 1996)。(3) 海底変位の応答としての海面の鉛直変位をKajiura (1963)の式を用いて計算する。この式によると、水柱は波数領域で $1/\cosh kh_0$ の係数を持つ深度フィルタとして働く、ここで k は波数、 h_0 は海底変形領域の水深である (例えば, Saito & Furumura, 2009; Ward, 2001b)。(4) アジョイント合成を用いて観測地点の津波波形を計算する。

すべりの空間分布を推定するために、矩形断層を走向方向に N_L 分割し、傾斜方向に N_W 分割する。 $N_L \times N_W$ の小断層それぞれに単位すべり量を与えて津波波形を計算する。

これらの波形を用いて、以下の非負拘束最小二乗問題を解くことにより、各小断層のすべり量を推定する。

$$\hat{\mathbf{x}} = \operatorname{argmin} \left(\frac{|\mathbf{d} - \mathbf{F}\mathbf{x}|^2}{\sigma^2} + \frac{|\mathbf{L}\mathbf{x}|^2}{\alpha^2} \right), \text{subject to } x_k \geq 0 \quad (40)$$

ここで、 $\mathbf{x}$ は $\{x_k\}$ からなるベクトル、 x_k は k 番目の小断層のすべり量、ハットは推定値、 $\mathbf{d}$ は全観測点における観測波形のデータをまとめたベクトル、 σ は観測誤差、 $\mathbf{L}$ はラプラシアン行列であり、 $\mathbf{L}\mathbf{x} = \mathbf{0}$ は以下の関係と等価である。

$$\frac{x_{i+1,j} - 2x_{i,j} + x_{i-1,j}}{\left(\frac{L}{N_L}\right)^2} + \frac{x_{i,j+1} - 2x_{i,j} + x_{i,j-1}}{\left(\frac{W}{N_W}\right)^2} = 0 \quad (41)$$

ここで $i = \{1, 2, \dots, N_L\}$, $j = \{1, 2, \dots, N_W\}$ であり、 L と W はそれぞれ断層の長さおよび幅である。 α はすべり分布の空間的な滑らかさを定義する正のパラメーターである。 $\mathbf{F}$ は行列であり、その k 番目の列は、単位すべりを持つ k 番目の小断層からの全観測点におけるモデル波形をまとめたベクトルである。モデル波形の評価には、地震発生時刻と実効津波発生時刻のタイムラグ T^{gen} 、 l 番目の観測点における津波伝播時間のモデルバイアス T_l^{mod} を考慮した。アジョイント合成で得られた波形は離散時間データであるため、線形補間によってタイムシフト波形を求めた。小断層ごとの破壊の時間変化を考慮した研究もあるが (例えば, Satake et al., 2013) ここでは単純化のため、タイムラグとして各小断層に共通の値を用いた。つまり、瞬間的なすべりを仮定し、ライズタイムや破壊伝播の影響は考慮していない。Lotto et al. (2017)によると、典型的な沈み込み帯の衝上断層破壊によって発生する津波では、津波波形に対する破壊伝播速度の影響は無視できる。本研究では水平方向の初期速度をゼロとした。Tsai et al. (2013)やWatada et al. (2014)によると、 T_l^{mod} は津波到達時間の1%より小さいと想定される。ここで提案する手法では、SMCアルゴリズムにおいて、各観測点における実効津波発生タイムラグと津波到達時刻のモデルバイアスも併せて推定する。

式(40)は、次のように書き換えることによって非負最小二乗法 (NNLS : Non-Negative Least Squares) の一般的なアルゴリズム (例えば, Lawson & Hanson, 1995) を用いて解くことができる。

$$\hat{\mathbf{x}} = \operatorname{argmin} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ (\sigma^2/\alpha^2)\mathbf{L} \end{bmatrix} \mathbf{x} \right\|^2, \text{subject to } x_k \geq 0 \quad (42)$$

本研究では、Franc et al. (2005) によって提案されたアルゴリズムを用いて式(42)を解いた。すべり分布の滑らか

さを制御する α の導入は、観測された波形データへのオーバーフィッティングを防ぐことを目的としている。この α がSMCにおいて安定的に推定されるように、 k 分割交差検証 (CV: Cross Validation) を導入した。 k 分割交差検証では、まずデータを k 個の断片に分割する。そして、1つの断片が選択され、残りの $k-1$ 個の断片のデータがすべり分布の推定に使われる。すべり分布は、選択された断片のデータを推定するために使用される。この操作を k 回繰り返すことで、すべての断片の推定値を得ることができる。この推定値を式(26)の $F(\mathbf{m})$ の評価に用いた。SMCアルゴリズム全体をまとめると表-1のようになる。

4. 実事例による検証

4.1 設定

4.1.1 2012年 Haida Gwaii 地震津波

2012年10月28日にカナダのブリティッシュ・コロンビア州Haida Gwaii島沖で発生したMw7.8の地震(図-2)は、

太平洋プレートと北米プレートのプレート境界の浅い斜め衝上断層のすべりによって発生した(USGS, 2012)。震源メカニズム(例: Lay et al., 2013)や津波の影響(例: Fine et al., 2015; Leonard & Bednarski, 2014)については、広範囲にわたって研究されてきた。この地震によって発生した津波は、太平洋上のさまざまな場所で観測され、潮位計、DART (Deep-ocean Assessment and Reporting of Tsunamis) ブイシステム (González et al., 1998)、カナダNEPTUNE (North-East Pacific Time-series Undersea Networked Experiments) プロジェクトのケーブル式水圧レコーダー (Thomson et al., 2011) によって波形が記録された。これらの津波観測波形を用いて、地震の断層パラメーター (Sheehan et al., 2015) やすべり分布 (Gusman, Sheehan, et al., 2016) が推定されている。

4.1.2 津波データと数値モデル

10基のDARTブイで観測された波形を使用した(図-2)。15秒サンプリングの元データを30秒間隔にダウンサンプリングし、多項式フィッティング(例: Wang & Satake, 2021)

表-1 断層幾何パラメーターとすべり分布の同時推定アルゴリズム。{}はサンプル集合を表す。

・事前分布からパラメーター$\{\mathbf{m}\}$をサンプリング ・$\{\mathbf{m}\}$で決まる小断層ごとに単位すべりを与えて水底における水平および鉛直変位を計算 ・斜面効果を含めた正味の海底鉛直変位を計算 ・Kajiura フィルタによって水面の鉛直変位を計算 ・アジョイント合成により観測点における津波波形を計算 ・交差検証を用いて非負最小二乗法 NNLS を解き、$\{F(\mathbf{m})\}$を求める ・重み$\{w_i\}$を計算し、有効サンプルサイズESSが閾値を超えるまでリサンプリングを行う
For $t = 2, \dots, T$ do
・ESSに関する方程式を解き、β_tを計算する ・重み$\{w_t\}$を計算し、ESSが閾値を超えるまでリサンプリングを行う
For $s = 1, \dots, S$ do
・$\{\mu\}$と$\{\Sigma\}$で定義される正規分布から$\{\mathbf{m}_{can}\}$をサンプリングする ・$\{\mathbf{m}_{can}\}$で決まる小断層ごとに単位すべりを与えて水底における水平および鉛直変位を計算 ・斜面効果を含めた正味の海底鉛直変位を計算 ・Kajiura フィルタによって水面の鉛直変位を計算 ・アジョイント合成により観測点における津波波形を計算 ・交差検証を用いて非負最小二乗法 NNLS を解き、$\{F(\mathbf{m}_{can})\}$を求める ・採択率rを計算 ・Metropolis-Hastings アルゴリズムにより$\{\mathbf{m}\}$を更新
End for
End for
・$\{\mathbf{m}\}$で決まる小断層ごとに単位すべりを与えて水底における水平および鉛直変位を計算 ・斜面効果を含めた正味の海底鉛直変位を計算 ・Kajiura フィルタによって水面の鉛直変位を計算 ・アジョイント合成により観測点における津波波形を計算 ・全データに対して非負最小二乗法 NNLS を解き、$\{F(\mathbf{m})\}$を求める

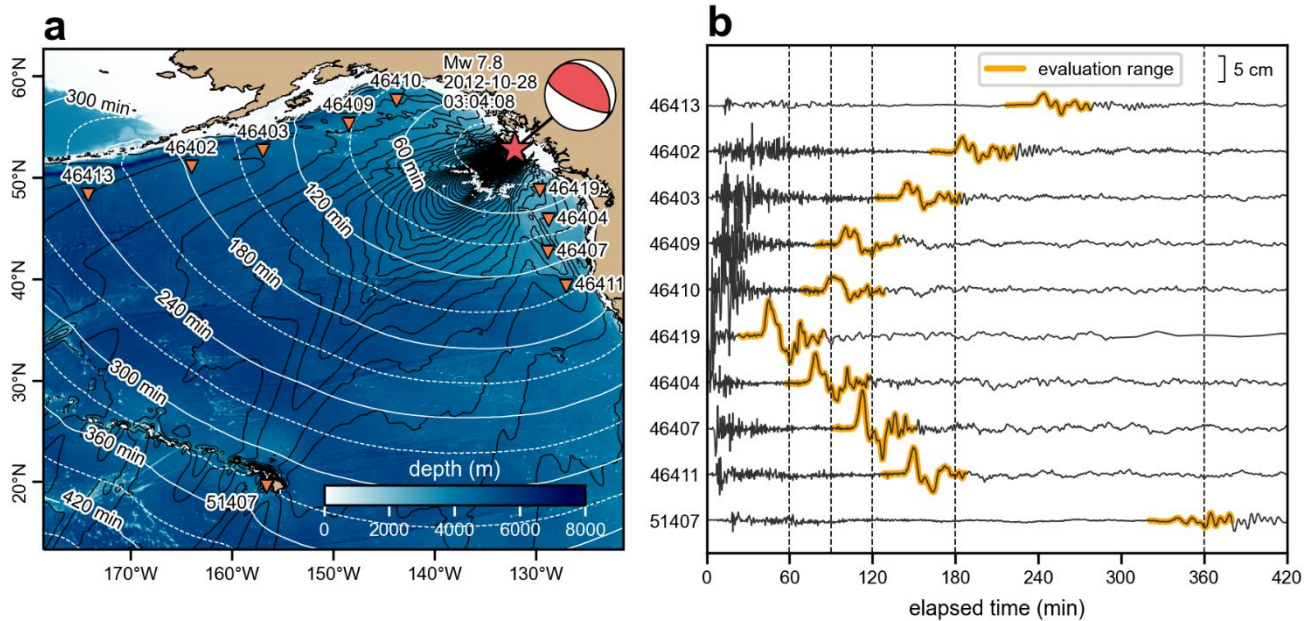


図-2 (a) 2012 年 Haida Gwaii 地震の発震メカニズム解と DART ブイシステムの観測点。白線は津波到達時間の等高線，黒線は最大津波高の等高線で間隔は 5mm である。(b) DART ブイが観測した津波波形。オレンジ色の部分は精度検証に使用した区間を示す。破線の縦線は，波源インバージョン解析を実施する際の津波発生後の想定観測時間（60，90，120，180，360 分）を示す。

により潮汐成分を除去した。バンドパスフィルタなどのフィルタリング処理は一切行っていない。津波到達前後の60分間の波形データを用いて，インバージョンで推定した波源モデルの妥当性を検証した。その範囲は図-2(b)のオレンジの太線で示されている。縦方向の破線は，津波波源インバージョン解析の対象となる地震発生後の観測時間を示しており，地震発生後どの程度波形データが得られれば信頼性の高い推定結果が得られるかを検討することができる。インバージョンには，津波到達時刻の前15分と後15分の波形データ（付録C参照）を用いた。到達後15分以降の波形データを用いなかったのは，浅海域からの反射や散乱の影響を避けるためである。津波シミュレーションには，2秒角間隔と30秒角間隔の水深データを使用した。これらのデータは，15秒角間隔のGEBCO_2019格子データ（GEBCO, 2019）をダウンサンプリングして作成された。計算領域は北緯64度から南緯4度，西経164度から西経60度の範囲とした。時間ステップは，数値計算の不安定性を回避するため，CFL（Courant-Friedrichs-Lewy）条件（例えば，Goto et al., 1997）を満たすように，2分角と30秒角の水深データに対して，それぞれ3秒と0.75秒に設定した。断層パラメーターインバージョンと津波波形推定には，精度の異なる5つの数値モデルを用い，モデルの精度が推定結果に与える影響を調べた。各モデルが考慮した効果を表-2にまとめた。モデル1は線形長波方程式に基

表-2 5つのモデルと考慮される効果

モデル	1	2	3	4	5
線形長波方程式	✓	✓	✓	✓	✓
副次効果*		✓	✓	✓	✓
ブシネスク型の分散性			✓	✓	✓
高解像度海底地形**				✓	✓
非線形項***					✓

* 密度成層，津波荷重による海底やジオイドの変形

** 高解像度は30秒角，他は2分角

*** 移流と底面摩擦

づいている。モデル2は，海水の密度成層，津波荷重による地殻・マントルの弾性変形，ジオイド変形の影響を考慮している。これらの効果を総称して以下では副次効果と呼ぶ。モデル3では，さらにブシネスク型の分散の効果が組み込まれている。モデル4では，さらに30秒角の高解像度水深データを使用する。モデル5では，移流と底面摩擦に関する非線形項をさらに考慮する。モデル5で考慮する底面摩擦に関して，マニングの粗度係数は，良好な状態の自然水路の値 $0.025 \text{ m}^{-\frac{1}{3}}\text{s}$ を用いた（Imamura et al., 2006）。

5つの津波伝播モデルをそれぞれ用いて10地点の観測点で得られた波形を図-3に示す。津波波源としては，Sheehan et al. (2015) が提案した一様すべりの矩形断層を想定した。Kajiura (1963) フィルタの水深には津波波源域

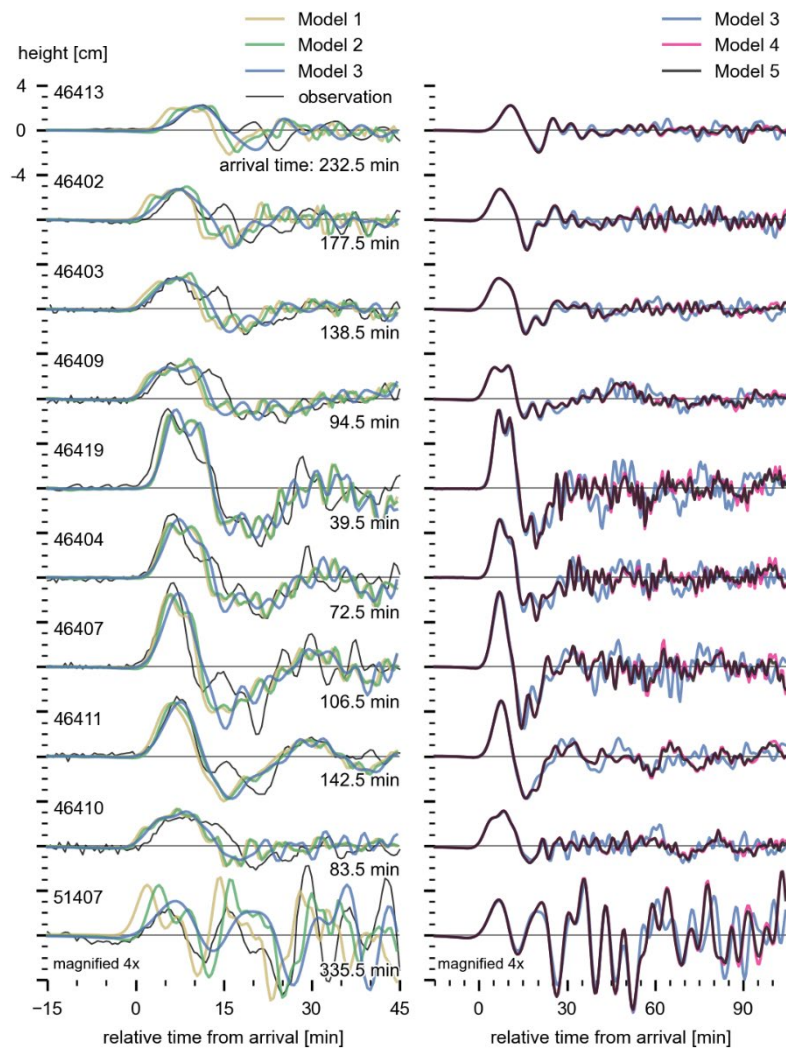


図-3 2012 年 Haida Gwaii 地震の Sheehan et al. (2015) の震源モデルについて、モデル 1～5 を用いてシミュレーションした 10 観測点の津波波形。図中に示した時間は各観測点における津波到達時間。観測波形も参考として示した。DART51407 の波形は振幅を 4 倍に拡大して表示した。モデル 1 は線形長波方程式に基づいている。モデル 2 は、副次的な効果、すなわち、海水の密度成層、津波荷重による地殻・マンツルの弾性変形、ジオイドの変形を考慮している。モデル 3 では、これらの効果に加え、ブシネスク型の分散性を考慮している。モデル 4 は、より高分解能の水深データを用いてシミュレーションしたものである。モデル 5 ではさらに移流と底面摩擦に関する非線形項を考慮した。

周辺の代表値として 2000m を用いた。図-3 は各観測点の津波到達時間を示している。到達時間が小さい観測点ほど津波波源に近い。

津波波源に最も近い DART46419 では、モデル 1 と 2 ではほとんど差がない。モデル 2 と 3 を比較すると、最初の津波の立ち上がりはほぼ同じであり、副次効果は顕著ではない。最初のピークに関しては、モデル 3 はわずかな時間遅れを示している。これはブシネスク分散によるもので、伝播速度は周期が短い成分ほど小さくなる。

DART51407 のような遠方の観測点では、副次効果の影響が明瞭に現れている。モデル 1 と 2 を比較すると、波の形

は似ている。主な違いは津波到達時間である。Watada et al. (2014) が示したように、DART 51407 では副次効果により最初のピークに先行する小さな谷が見られる。

Tsai et al. (2013) は、太平洋の平均的な値である水深 4000m の場合について、長波近似（すなわち、本研究のモデル 1）で算出される津波速度に比べて、副次効果による津波速度の減少量を推定した。海水の圧縮性の効果は約 0.5% であり、固体地球の弾性変形の効果は波長に依存し、波長 200km で 0.3% であった。Watada et al. (2014) はジオイド変形の影響を 1000 秒の周期で 0.06% と評価しており、これは水深 4000 m の波長 200 km に相当する。この深さと

波長に対応するブシネスク分散項は波の伝播速度を0.27%減少させ、合計で約1.1%の減少となる。

モデル3と4の違いは、数値シミュレーションに使用した水深データの解像度の違いによるものである。この2つの波形は、最初のピーク後の谷の途中まではほぼ同じであるが、それ以降は違いが明らかになる。水深データの解像度の影響は、津波波源から沖合の観測地点に直接到達する波については小さいと考えられるが、それ以降の波は、海岸線で反射したり、浅い水深で屈折したりと、より間接的な経路をたどるため、地形データの解像度の影響を受けやすい。モデル4と5の間の差は小さく、いくつかの波形についてモデル5では津波到達後2時間より後ろでわずかに振幅が減少するだけである。これも後続波には底面摩擦がより効果的に津波エネルギーを減衰させる浅瀬を経由する成分が多く含まれるためと考えられる (Baba et al., 2017)。

4.1.3 アジョイント状態データベース

各観測点と各モデルについて前後に変数変換を行ったバックワードシミュレーションにより9時間分のアジョイント状態の時系列変化を計算した。計算にはモデル1-4を用いた。モデル5は非線形項があり、アジョイント合成の前提となる線形性を満たさないためアジョイント状態の計算には用いなかった。計算領域、時間ステップ、その他の条件は前節と同じである。30秒間隔のアジョイント状態のスナップショットを、直交座標系のグリッドデータに変換し、データベースとして保存した。変換は北緯52.5度、西経132.25度を中心とする横メルカトル図法で行った。グリッドの範囲はこの中心から北と東に±150km、グリッド間隔は2kmとした。直交座標系に変換したのは、

Okada (1992) に基づいて海底変位を効率的に計算するためである。グリッドの範囲は、USGS (2012) のW-phase解析によるモーメントテンソル解と、Murotani et al. (2013) が提案した地震モーメント、破壊面積、平均すべり量の間にあるスケーリング則に基づいて設定した。なお、Mw7.0以上の地震の場合、アメリカ地質調査所の地震情報センター (USGS National Earthquake Information Center) のリアルタイム運用において、地震発生から25分以内にモーメント・マグニチュードと波源メカニズムに関する信頼性の高い推定値が利用可能と評価されている (Hayes et al., 2009)。

4.1.4 インバージョンパラメーター

観測された津波波形から有限矩形断層の幾何パラメーターと断層面上のすべり分布をSMCにより同時に推定した。断層の幾何パラメーターは、東向き、北向きの座標、深さ D 、走向、傾斜 δ 、すべり角、アスペクト比 W/L 、断層幅比率 $W \sin \delta / 2D$ からなる。東向き、北向き座標と深さ D は断層の中心で定義される。断層幅比率の範囲は0から1である。断層幅比率が1の場合は断層破壊が表面まで達している表層破壊を意味し、断層幅比率が1未満の場合は表面まで断層破壊が達していない埋没破壊を意味する (Savage & Hastie, 1966)。これらの幾何パラメーターに加えて、すべり分布の滑らかさを制御するパラメーター α 、観測誤差 σ 、実効津波発生時間 T^{gen} 、各観測点の到達時間で正規化した津波伝播時間のモデルバイアス T^{mod} を、式(23)で定義される事後分布からのサンプルとしてSMCにより推定した。サンプル数は256に設定し、擬似逆温度 β_t の間隔は目標とする有効サンプルサイズに基づいて適応的に決定された (Buchholz et al, 2021)。事前分布は表-3に

表-3 SMC で設定したパラメーターの事前分布

パラメーター	確率密度分布	a	b	備考
東向き座標	正規分布	x_0	20 [km]	$x_0 = 131.64^\circ W^*$
北向き座標	正規分布	y_0	20 [km]	$y_0 = 52.87^\circ N^*$
深さ	一樣分布	D_0	$D_0 \times 0.5$	$D_0 = 9.5$ [km]*
走向	一樣分布	θ_0	5°	$\theta_0 = 317.1^\circ$ *
傾斜	一樣分布	δ_0°	5°	$\delta_0 = 18.5^\circ$ *
すべり角	一樣分布	λ_0°	5°	$\lambda_0 = 103.3^\circ$ *
アスペクト比	一樣分布	0.5	0.2	
断層幅比率	一樣分布	0.5	0.5	
実効津波発生時間	正規分布	T_0	2 [sec]	$T_0 = 27.7$ [sec]*
T^{mod} **	正規分布	0 [%]	0.5 [%]	
α ***	指数分布	-	1	
観測誤差 σ	一樣分布	0.5 [m]	1 [m]	
ゼロスリップ比	一樣分布	5 [%]	5 [%]	

* Lay et al. (2013) , ** 津波伝播時間のモデルバイアス, *** すべり分布の滑らかさを制御するパラメーター

示すように設定した。表中のゼロスリップ比は、すべりがゼロと推定される小断層数の割合である。すべりがゼロである断層の数が10%を超える場合、事前確率はゼロに設定され、以下ではこれを「ゼロスリップ事前分布」と呼ぶ。SMCは多峰性の事後分布から効率的にサンプリングする手法であるが、初期値への依存性を完全に排除することはできない。この依存性を極力低減するために、同じ条件でのSMCによるサンプリングを、異なる乱数シードを用いて20回行った。初期値依存により明らかに正しくない局所解にトラップされた場合にはすべてのアンサンブルの事後確率が他のアンサンブルより明らかに低い傾向が見られたため、ここでは20個のアンサンブルの中で、最も事後確率の高いサンプルを含むアンサンブルを選択し、以降の解析に用いた。すべり分布はSMC反復の内部でNNLSによって解かれる。交差検証のために、インバージョンに使用される波形は、それぞれ6分間のセグメントに分割され、奇数番目のセグメントと偶数番目のセグメントの2つに分割されたデータに対して交差検証が適用された。SMCのサンプリングの後、最終的なすべり分布は、分割されていないデータセット全体について、再度NNLSによるインバージョンにより推定された。

4.2 結果と議論

4.2.1 逐次モンテカルロサンプリング

SMCサンプリングは、擬似逆温度が高くなるにつれて目標の事後分布に収束すると想定される。図-4は矩形断層の範囲を擬似逆温度に対応した色で表示したものである。この図は、モデル4と、最も長い地震発生後の観測時間（以降、単に「観測時間」と呼ぶ）を360分とした場合

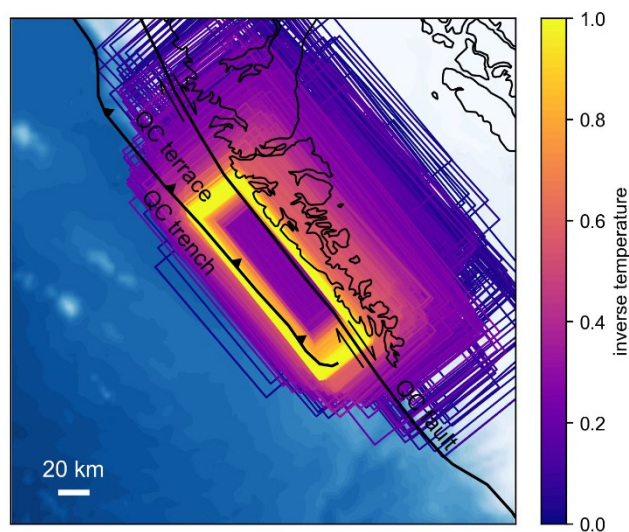


図-4 SMC サンプリングによる矩形断層の収束過程。矩形を擬似逆温度ごとに異なる色で示した。

の結果を示している。擬似逆温度が1に近づくにつれ、断層の範囲がQueen Charlotte断層とHaida Gwaii海溝の間に収束していることがわかる。この領域はQueen Charlotteテラスと呼ばれる地形に位置している。このテラスは、太平洋プレートの斜め沈み込みによって形成された楔状の堆積体で構成されている。この断層範囲は、すべり運動が太平洋プレートと楔状堆積体の間で発生し、津波生成に寄与したすべりがQueen Charlotte断層の海側に限定されていたことを示している。この結果は他の研究（Gusman, Sheehan, et al., 2016; Lay et al., 2013; Nikolaishen et al., 2015）の解析結果と調和的である。

SMCによって推定された全パラメーターの事後分布を図-5に示す。この解析結果は、観測時間360分のモデル4を用いて得られたものである。各パラメーターの間には、正の相関、負の相関、歪んだ相関など様々な相関がある。SMCでは、最尤値だけでなくパラメーター間の相関も考慮して、各パラメーターの不確実性を定量化することができる。図-5(a)に不確実性の定量的尺度として第1～3四分位を示す。図-5(b)は、最も良い事後確率を示したサンプルの断層のすべり分布を示している。また、図-5(c)に各小断層のすべり量の事後分布、図-5(d)に各観測点の津波伝播時間のモデルバイアスを示す。図-5(a)に示した分布の多くは非対称である。このような非ガウスの事後分布を柔軟に推定できるのがSMCを含むモンテカルロ法の利点である。推定された分布は、推定値の不確実性を定量的に評価するために用いることができる。

4.2.2 ゼロスリップ事前分布と交差検証の効果

SMCは多峰性分布から効率的にサンプリングを行う手法であるが、限られたサンプル数での実際の計算では、局所的なピークに捕らわれることを完全に避けることはできない。そのため、初期値によって推定値が変わってしまう可能性がある。ここでは、SMCにおけるゼロスリップ事前分布と交差検証が初期値依存性の低減に有効であることを示す。SMCにおいてゼロスリップ事前分布と交差検証を用いた場合と用いなかった場合の比較を図-6に示す。この図は、各ケースで20種類の乱数シードを用いてSMCサンプリングを実行した結果を示している。ゼロスリップ事前分布を考慮し、SMCにCVを導入した場合（左図）、初期値によらずほぼ同じ断層分布が推定された。一方、ゼロスリップ事前分布を考慮しない場合（中央図）、あるいは交差検証を導入しない場合（右図）は、初期値によって推定される断層モデルが大きく異なる。したがって、ここで提案するゼロスリップ事前分布とSMCへの交差検証の導入は、安定した推定値を得るために不可欠である。

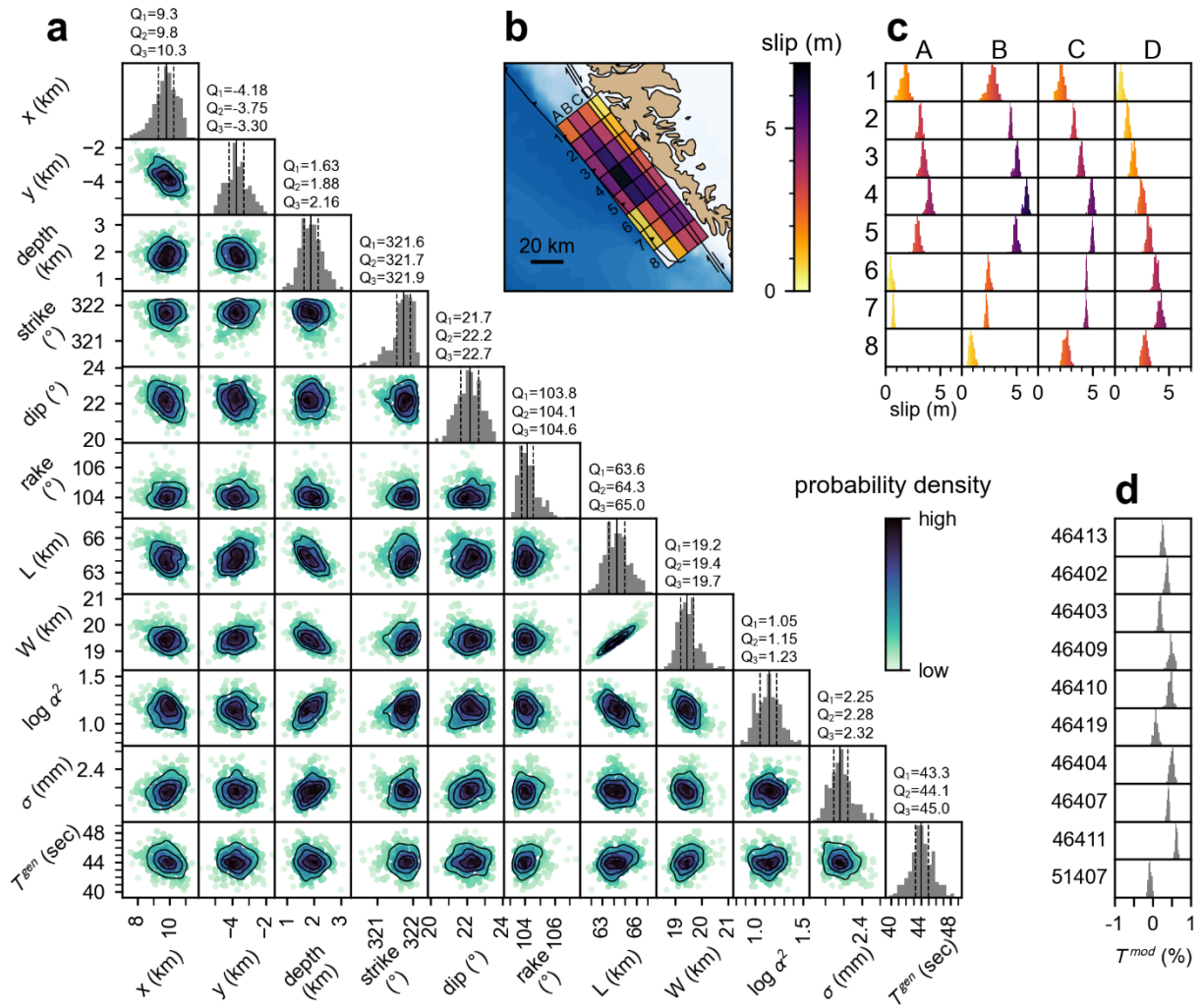


図-5 (a) SMC 法を用いて得られた断層幾何パラメーターのコーナープロット．コンター $Q_1 \sim 3$ はそれぞれ第 1～3 四分位を表す．(b) 最も高い事後確率を示したサンプルのすべり分布．(c) 各小断層のすべり量の事後分布．(d) 津波到達時刻のモデルバイアスの事後分布（津波到達時間で正規化）．

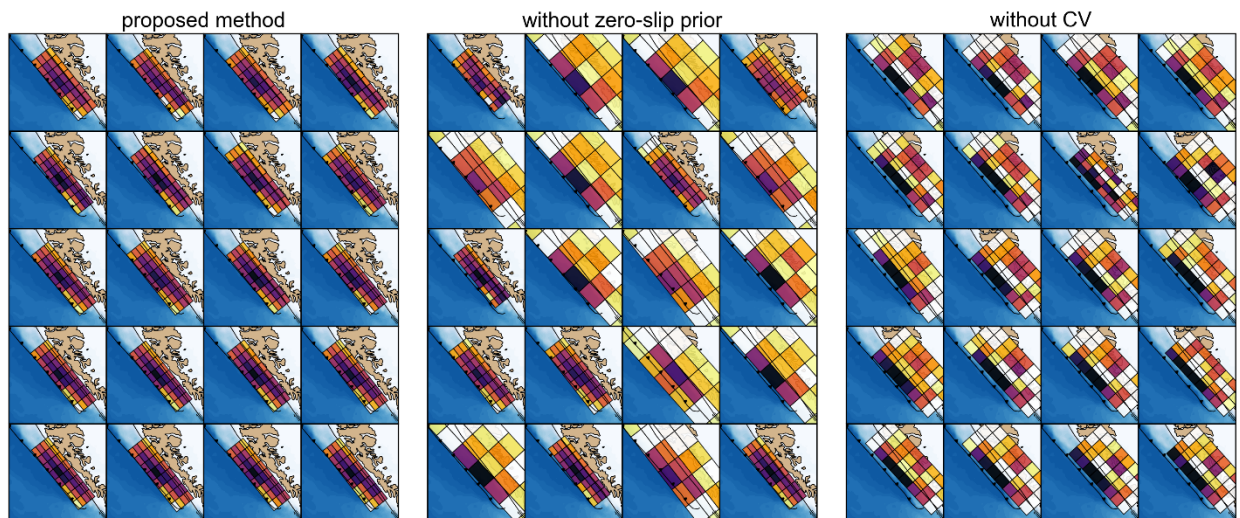


図-6 20 種類の乱数シード値から推定された断層モデル．(左) 提案手法．(中央) ゼロスリップ事前分布を用いない場合．(右) 交差検証を用いない場合．

4.2.3 伝播モデルと観測時間の影響

伝播モデルと観測時間を変化させて推定した初期水面高度の事後分布の中央値と四分位範囲 (IQR: Inter-Quartile Range) を図-7に示す。IQRは統計的な分散を表す指標で、第3四分位数 Q_3 と第1四分位数 Q_1 の差で定義される。地震発生から60分後までに津波の第1波が観測されたのは、震源域の南に位置するDART46419 (図-2) のみであった。観測時間が長くなるにつれて、利用可能な観測波形データ

が増加し、観測方向のカバー率も増加する。90分になると、より南に位置するDART46404でも最初のピークが観測された。120分までには、さらに南のDART46407や西のDART46410と46409でも最初のピークが観測されている。120分以降では、南側に加えて西側のDARTブイの波形データが利用可能になった。180分までに、より南側のDART46411と西側のDART46403でも最初の波が観測された。360分までに、最初のピークが10個のDARTブイすべて

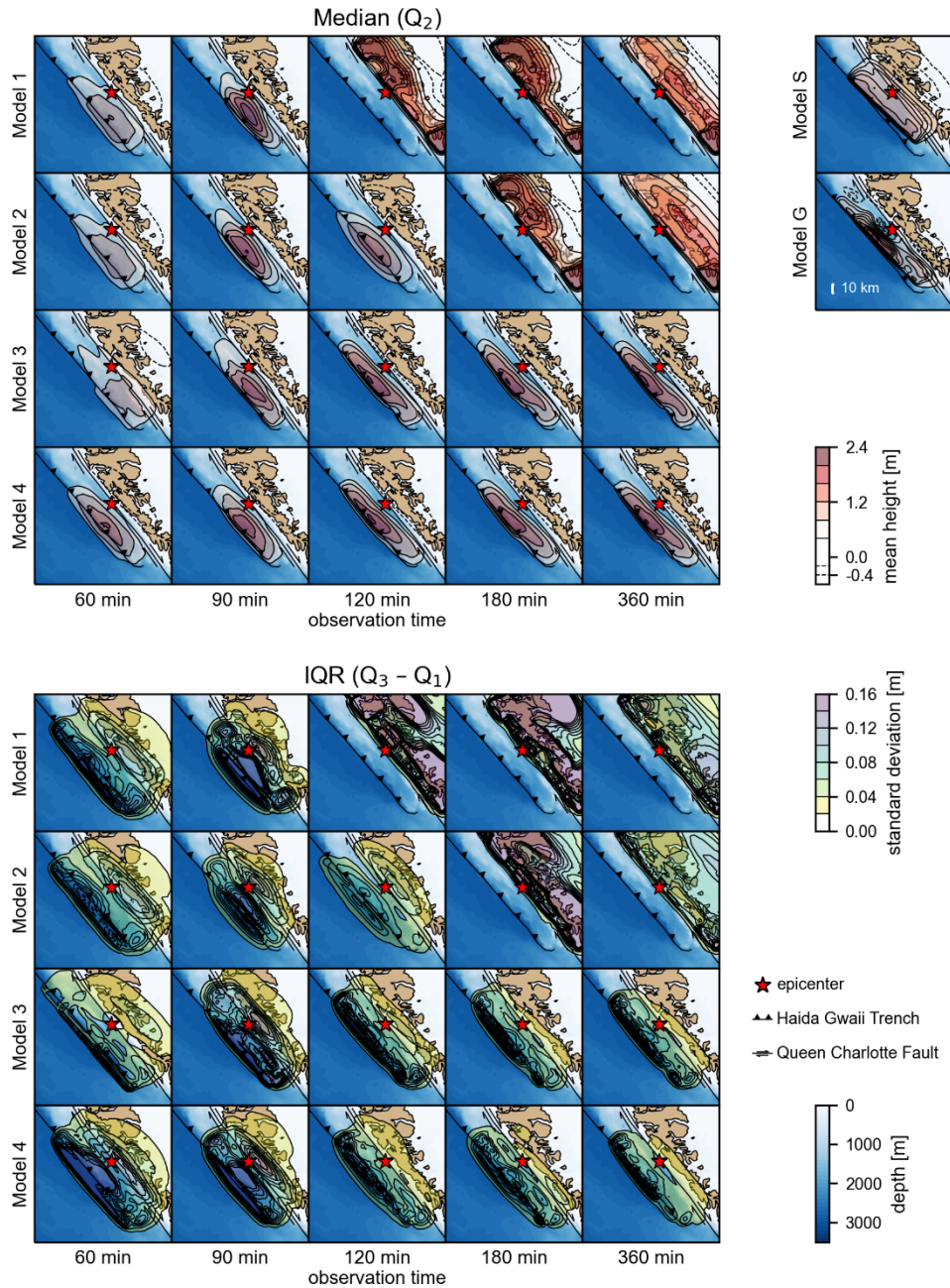


図-7 伝播モデルと観測時間を変化させて推定した初期水位分布の事後アンサンブルの中央値と四分位範囲 (IQR)。モデル S と G は、それぞれ Sheehan et al. (2015) と Gusman, Sheehan, et al. (2016) によって提案された波源モデルを示す。赤い星は 2012 年の Haida Gwaii 地震の震央の再決定位置 (Kao et al., 2015) を示す。

で観測され、DART51407でも津波波形成が観測されている。Sheehan et al. (2015) とGusman, Sheehan, et al. (2016) の津波波源モデルも図-7に参考のために示す。以降ではこれらの波源モデルをそれぞれ波源モデルS、Gと表す。波源モデルS、Gの特徴は、震源沖のHaida Gwaii海溝に沿って水面が隆起していることである。

モデル1では、観測時間が60分と90分の場合、波源モデルS、Gと同じ位置に初期水位のピークが推定される。観測時間が120分以上の場合、波源はかなり東側に推定される。モデル1は副次効果を考慮していないため、モデル2よりも津波の伝播速度が大きくなり、到達時間の差は遠くの観測点ほど大きくなっている（図-3）。観測時間が長くなると、伝播速度が過大なモデル波形を用いる割合が増すため、観測点からの距離が大きい位置に波源が推定される。Yoshimoto et al. (2016) は、2010年のマウレ地震津波について、津波波源インバージョンへの副次効果の影響を評価し、同様の傾向を示した。これらの結果は、モデルの精度が十分でない場合、観測データが増えても津波波源推定の精度が必ずしも向上しないことを示している。モデル2は、副次効果を考慮しているため、120分までは波源モデルS、Gとほぼ同じ位置にピークを推定する。しかし、180分と360分のケースでは、やはり誤った位置に津波波源を推定している。このことから、モデル2のモデリング誤差はモデル1よりも小さいが、遠方の観測地点ではまだ誤差が大きいことがわかる。モデル3はさらにブシネスク分散を考慮しており、120分のケースでは海溝軸付近のピークをより鋭く推定した。これは、鋭いピークによって生じる波数の大きな波の伝播速度の再現性が向上したためと考えられる。モデル2とは対照的に、モデル3では観測時間が長くなっても津波波源位置の精度が低下する傾向は見られない。中央値は、南側の観測点の波形に加え、西側の波形が得られるようになった120分以降、ほとんど変化していない。観測時間の増加は、むしろ不確実性の低減に寄与している。より細かい地形を考慮するため計算メッシュサイズを小さくしたモデル4では、観測時間が60分と短い場合にも、最も精度が高いモデル4で観測時間が360分の場合に推定される断層モデル（以降ではこれを最終断層モデルと表す）の初期水位分布のピークに近い高さの津波波源を推定している。図-3のモデル3とモデル4の60分以内のDART46419の波形を比較すると、2番目のピークの位相にごくわずかな違いがあるだけである。このようなわずかな違いであっても、観測時間が60分と短い波形での津波波源推定精度の向上に寄与しうことは重要な知見である。

観測波形と推定波形の比較を図-8に示す。推定波形は、SMCで得られた波源のアンサンブルに基づいて計算した。そこに表示されている波形の表示区間は、図-2のオレンジ色の線で示した区間と同じである。各列は異なる伝播モデルの結果を示している。Sheehan et al. (2015) とGusman, Sheehan, et al. (2016) が提案した津波波源モデルに基づく波形も参考のために示している。これらの波形はモデル4を用いて計算した。各波形の色はSMCによるインバージョンに使用した観測時間を示し、各観測時間に使用した波形データの区間は、対応する波形と同じ色の線で示した。本研究では、波形推定精度の指標として次式で定義される決定係数 R^2 を用いる。

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2} \quad (43)$$

ここで、 y と $\hat{y}$ は観測データとその推定値を表し、 $\bar{y}$ は観測データの平均値である。 R^2 の値は、図-2、8で示した60分間の波形を用いて計算し、全観測点の算術平均を全体の平均値として示した。波形の推定と R^2 の算出には、実効津波発生時間と伝播時間のモデルバイアスを考慮している。モデルバイアスを考慮するため、波源モデルS、Gの R^2 の算出にあたっては、時間ずれを各観測点について-3分から+3分まで変化させ、その最大値を採用した。

モデル1では、 R^2 が低く、観測時間が長くなっても精度は向上しない。特に、DART46413、46402、51407の3つの遠距離観測点での推定精度が悪い。震源に近いDARTブイで、インバージョンに用いた区間の推定波形は良いフィッティングを示すが、これらよりも後ろの区間のずれが大きい。これは、津波波源の位置や大きさが正しく推定されていないことによるものと考えられる（図-7）。モデル2は副次効果を考慮しており、遠方の3地点の精度が明らかに向上している。しかし、観測時間が180分を超えると R^2 の全体平均値が急激に低下する。これは、伝播モデルの精度が不十分であることと、推定された津波波源の位置が正しくないことが原因であると考えられる（図-7）。モデル3はブシネスク型の分散性を考慮したもので、特に遠方の観測点における波形の再現性の向上が期待される。実際、ここで扱った中で最も遠方の観測点であるDART51407の精度は、モデル1やモデル2と比較して大幅に向上している。さらに、観測時間が長くなるにつれて精度が向上する点もモデル1、2とは異なる。モデル4は、高解像度の計算格子や水深データを用いることで、モデル3よりもさらに正確に波形を再現している。特にDART 51407ではその差が顕著である。モデル3とモデル4で推定された波源の差は小さくなく、主にDART 51407で再現性

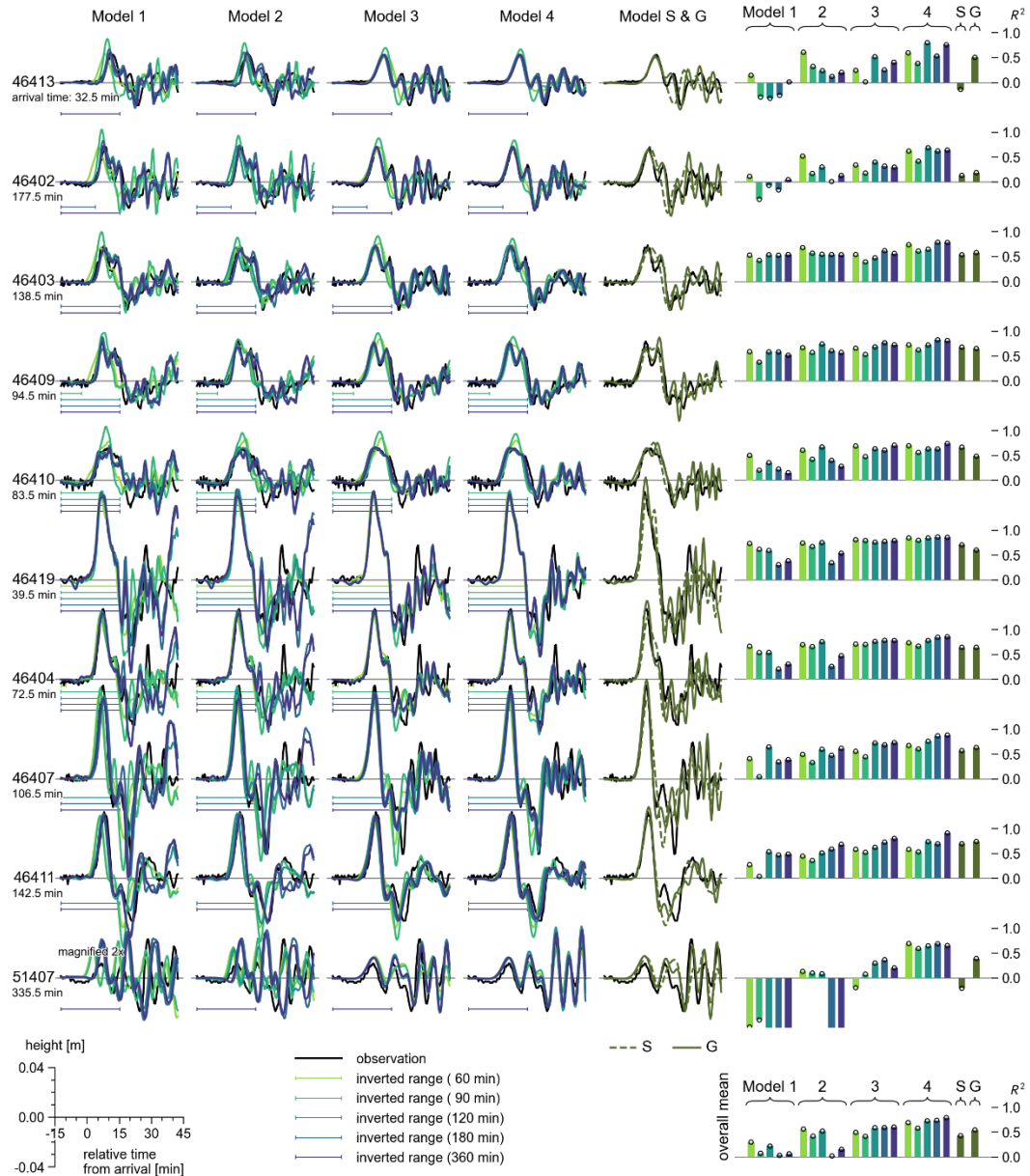


図-8 観測された津波波形と、観測時間を変化させた4つの伝播モデルによる推定波形。DART ブイ番号の下に各観測点への到達時間を示す。ここで示した到達から-15分～+45分の相対時間区間は、図-2 (b) のオレンジ線で示した範囲と同じである。これらの波形を津波到達時間からの相対時間に対してプロットした。なお付録Cには、参考のため、絶対時間に対してプロットしたものを示した。推定波形は、凡例に示された観測時間（60～360分）に従って色分けされている。その色のインバージョン区間（inverted range）の表示がない場合は、その観測時間までに津波がDART ブイに到達しておらず、そのデータはインバージョンで用いられていないことを意味する。DART51407のデータは高さを2倍に拡大している。Sheehan et al. (2015) と Gusman, Sheehan, et al. (2016) の波源モデルからモデル4を用いて計算した波形も参考までにモデルSとGとして示した。右の棒グラフは、これらのモデルの R^2 スコアと観測時間の関係を示している。

の向上が顕著であることから、ハワイ諸島周辺の複雑な海底地形を通過する津波の再現性に対して、高解像度海底地形の寄与が重要であることが示唆される。全DARTブイの平均で、波形予測精度の指標である R^2 は、観測時間が

60分または90分の場合でも、最終断層モデルの70%以上あった。これは、非常に限られた波形データセットからでも高精度な予測が可能であることを示唆している。最も精度が向上するのは、観測時間が90分から120分に増加

した場合である。90分までは南方向の観測点のみで津波波形を捉えていたが、120分では西方向の2観測点のデータが追加された。DART46410で観測された第1波はブロードなピークを持つが、DART46409ではダブルピークを持つ特徴的な波形を記録している。方向性の改善と特徴的な波形の観測により、120分の精度が比較的大きく向上したと考えられる。90分までの推定では海溝に沿って隆起した津波波源の分布が推定されているが、これらの波形が観測された後は海溝に対してやや斜めの分布に変化している。

津波波源推定や波形推定に及ぼす伝播モデルと観測時間の影響をまとめると以下ようになる。観測時間90分以内に観測された波形であっても、波源位置推定には副次効果が重要であった。これらの効果にブシネスク型の分散性を加えることで、遠方観測点の波形から波源をインバージョンした場合の推定精度がさらに改善された。さらに高解像度の格子と水深データを用いることで、観

測時間が60分と短い場合でも、津波波源の推定精度がさらに向上した。また、特に浅く複雑な水深を通過する地点での波形の推定精度が向上した。高精度の伝播モデルと、アジョイント合成とSMCの助けを借りた徹底的なパラメーター探索の組み合わせは、3つの大きな利点をもたらした。1) 特に遠方における津波波形の推定精度が高い、2) 観測データの増加に伴って波形推定精度が向上する、3) 比較的短い観測時間で最終的な高精度解に近い推定結果が得られる。特に、津波波源近傍に限られた観測データから遠方の津波波形を高精度に予測できることは、遠方地域の早期警戒に重要な進展をもたらす可能性がある。

4.2.4 波形予測の不確実性

SMCは津波波源の推定値のアンサンブルを提供する。また、アンサンブル内の各津波波源にアジョイント合成法を適用することで、推定波形のアンサンブルを得ることができる。モデル4のアンサンブルから推定される津波波形の不確かさの範囲を図-9に示す。この図では、四分位

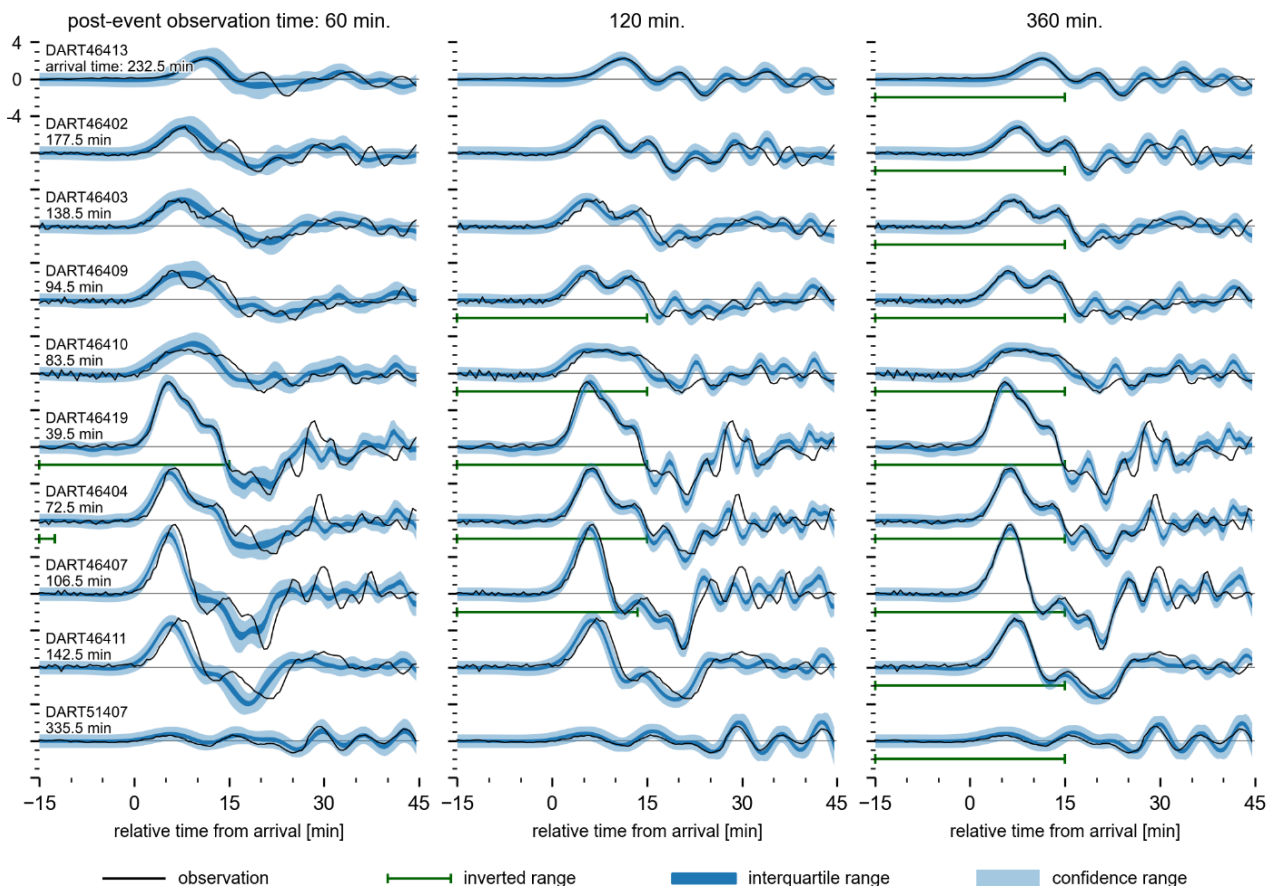


図-9 観測された波形と、モデル4による各観測時間で推定された波形の不確実性の範囲。不確実性はIQRに基づく信用区間によって示されている。インバージョンに使用されたデータ区間は緑色の線で示した。これらの波形は津波到達時間を基準にプロットされている。各観測点における到達時間はDARTブイ番号の下に示されている。なお絶対時間に対するプロットは付録Cに示した。

範囲IQRと、 $Q_1 - 1.5 \text{ IQR}$ から $Q_3 + 1.5 \text{ IQR}$ までの範囲を信頼区間の指標 (Tukey, 1977) として示している。60分観測の場合、南側の観測点 DART46419の津波波形しか得られておらず、推定波形の中央値では、西部観測点DART46402, 46403, 46409で顕著なダブルピークをもつ初期波形の特徴は再現されなかった。しかし、この部分の不確かさは比較的大きく推定され、南部のDART46419, 46404, 46407で見られた到達後30分前後のピークを除けば、ほとんどの観測データは信頼区間の中に入っている。120分のケースでは、西側の2つのDARTでの波形が得られている。観測地点の方向カバー率が改善され、特徴的なダブルピーク波形データが得られたことで、より遠くの西部のDART46403, 46402, 46413の波形と、インバージョンでは使用されていない南部のDART46419, 46404, 46407の20分前後の引き波の再現性がさらに改善された。DART46419, 46404, 46407の後続波の中の一部のピークはまだ不確かさの範囲の外であったが、60分のケースと比較してよりシャープなピークが推定され、精度の向上が認められた。360分のケースでは、120分のケースからの変化は比較的小さいが、波形の再現性のさらなる向上と信頼区間の縮小が認められる。

4.2.5 最終断層モデル

モデル4を用いたSMCサンプリングと観測時間360分のデータから推定した最終的な有限断層モデルの結果を図-10に、そのパラメーターを付録Dに示す。大きなすべりは断層面に対して直線状に分布しており、その方向は断層走向方向からやや反時計回りに傾いている (図-10(a))。最終断層モデルからOkadaの式で推定した変位と陸上GPS観測点で観測された変位 (Nykolaishen et al., 2015) を比較すると、インバージョンでは津波波形データしか用いていないにもかかわらず、よく一致している (図-10(b), (c))。図-10(d)には観測波形と、アジョイント合成で高速に評価できるモデル4と、移流と底面摩擦の非線形項を含みフォワードシミュレーションが必要なモデル5を用いて推定した波形を示す。モデル4とモデル5は、インバージョンに使用された区間だけでなく、黒い矢印で示されたような後続のピークについても、観測結果によく合致している。津波到達後しばらくはモデル4とモデル5の波形にほとんど差はないが、津波到達から約1時間後にはモデル5の振幅がわずかに小さくなり、観測波形の振幅により近い結果となっている。後続波には浅瀬を通過した波の成分が多く含まれており、これらの成分のエネルギーは底面摩擦によって減衰し、振幅が小さくなる (例えば、Baba et al., 2017; Saito et al., 2014)。モデル4は、底面摩擦

がないため、後続波では振幅を若干過大評価する傾向があるものの、後続の最大波を含む津波到達後1時間を超える比較的長時間にわたって精度の良い波形の予測ができることを示している。モデル4の波形はアジョイント合成により短時間で計算可能であり、特に遠方の津波警報の発令・解除の判断に信頼性の高い情報を提供することが期待される。浅海域や陸上での津波の影響を評価する際には、さらに詳細な水深や地形の影響を考慮する必要がある。これらの影響を評価するために、推定された津波波源や沖合の波形を非線形津波伝播モデルの入力として使用することができる (例: Oishi et al., 2015; Titov et al., 2016)

アジョイント合成法の応用範囲は、ここで示した断層パラメーター推定に限定されない。線形近似が成立する限り、任意の分布をもつ非点波源によって発生した津波波形を重ね合わせによって評価することができるため、複数の断層や湾曲した断層の場合にも解析を拡張することが可能であり、さらには、海底地すべり津波 (Ward, 2001a)、隕石津波 (Monserrat et al., 2006)、大気ラム波によって発生する津波 (Kubota, et al., 2022) などにも適用できる。これらの場合、津波波源の自由度が極めて高いのに比べ、観測点の位置は事前に分かっており、観測点の数が比較的少ないという、検証事例と同じ状況であるため、アジョイント合成の利点を生かすことができる。また、Wang et al. (2017) が提案したグリーン関数を基礎としたデータ同化 (GFTDA: Green's Function-based Tsunami Data Assimilation) にも適用できる。GFTDAは、あらかじめ計算されたデータベースを用いて津波のデータ同化 (Maeda et al., 2015) を高速化する手法であるが、データベースの計算に要する計算時間が莫大なものになりうる。高解像度のグリーン関数のデータベースは、アジョイント合成を用いることで、時間、ハードウェア、電力の面ではるかに少ないコストで計算することができる。本研究で提案するアジョイントモデルと変数変換法は、遠地津波シミュレーションの高精度化に不可欠な球面座標系における副次効果、ブシネスク型分散性、コリオリ効果を考慮したアジョイント演算を可能にする。

本研究でインバージョンに使用したデータの範囲は津波到達の前後15分であったが、より後ろの位相のデータを使用することで、より迅速かつ正確な津波波源と波形の推定ができる可能性はある。しかし、モデリング誤差が相対的に大きい後続波形の使用は、インバージョンの精度に悪影響を及ぼす可能性もある。どのような範囲のデータでインバージョンを行うべきかについてはここでは詳しく検討していない。浅海の水深や底面摩擦の影響を

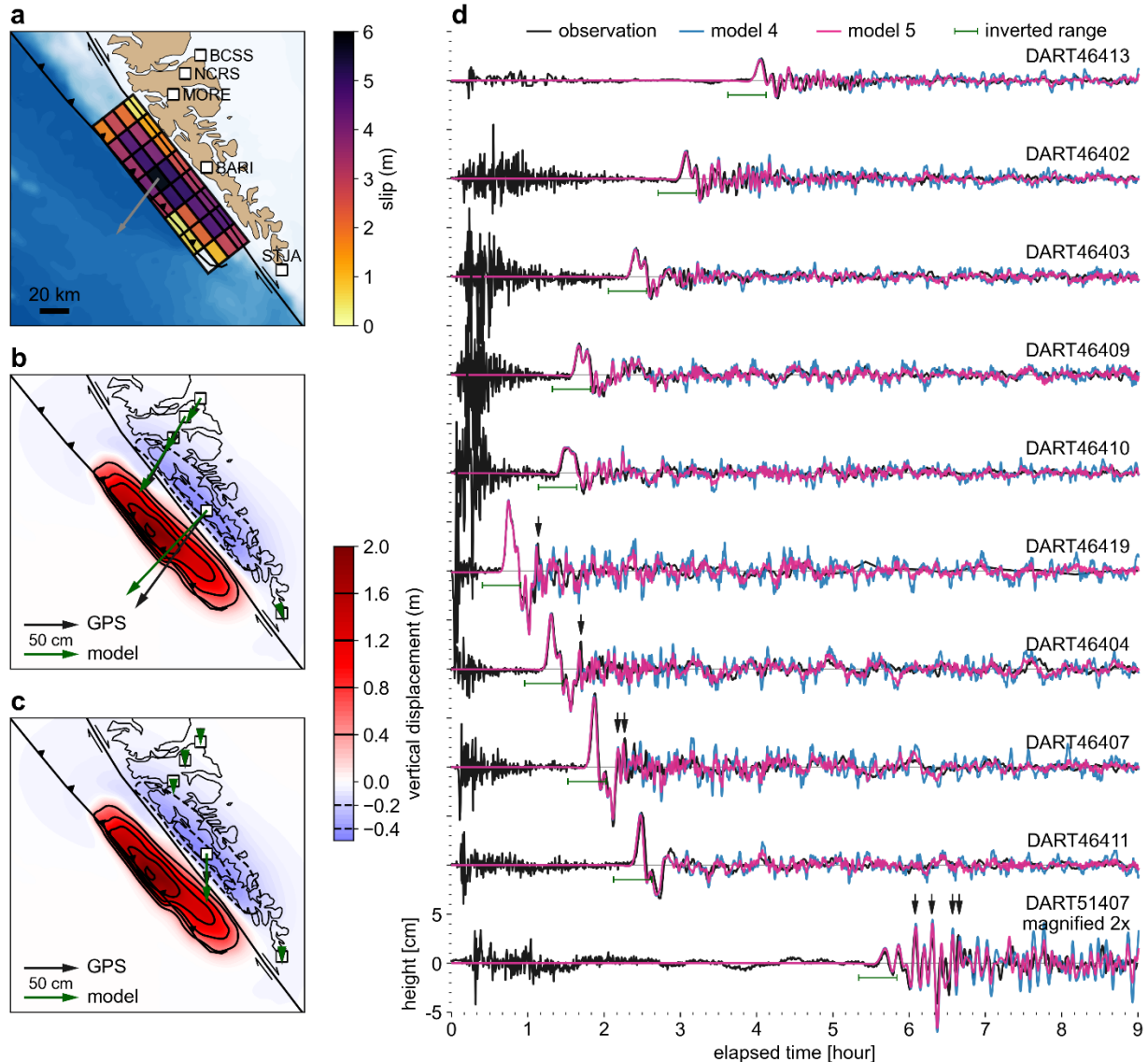


図-10 (a) 最終モデルのすべり分布。灰色の矢印は、最大すべりが推定された小断層上のすべり方向を示す。(b), (c) GPS 観測点における水平変位と鉛直変位。観測データは Nykolaishen et al. (2015) による。(d) 観測された津波波形成とモデル 4 とモデル 5 による推定波形。

受けやすい潮位計データに対する提案手法の適用性については検討されていない。また、地震波の影響を受けにくい遠方の DART ブイのデータのみを用いたが、津波波源に近い GPS 波浪計や海底水圧計のデータを利用できれば、より早期に津波を予測できる可能性がある。一方、地震動や地殻変動によるノイズが問題となる可能性もある。モデリング誤差、境界条件誤差、観測誤差など、誤差の性質が異なる複数の観測データをどのように扱い、統合するかは、今後の研究に残された重要な課題である。

5. 結論

任意の非点津波波源から発生する観測地点の津波波形成を合成する手法を開発した。この手法は、事前に計算されたアジョイント状態データベースを利用する。このデータベースは、特定の断層形状に基づく地震発生に関する先験的な仮定を用いる他のフォワードモデルデータベースとは異なり、津波発生源に関する仮定を必要としない。このような計算は、潜在的な震源を表現するために使用される膨大な点の数ではなく、観測地点の数によってスケールされるため、アジョイント演算を使用するこ

とによってデータベース全体を効率的に計算することができる。さらに遠地津波の支配方程式に対するアジョイント演算を、既存のフォワードシミュレーションの前後に比較的簡単な変数変換を行うことで実行可能であることを示した。

断層幾何パラメーターとすべり分布を同時に推定するために、津波波形インバージョンにアジョイント合成法を適用した。断層幾何パラメーターはSMCにより推定した。すべり分布は、SMCの反復ステップにおいて、空間的な滑らかさに関する正則化を伴う非負最小二乗法によって推定した。オーバーフィッティングを抑制するために、SMCの波形評価ステップに交差検証を導入し、さらに事前分布としてゼロスリップ比の上限を設定することにより、大域的最適解への収束性が格段に向上することを示した。

提案手法を2012年のHaida Gwaii地震津波に適用し、津波波源と観測点での津波波形を推定した。副次効果（密度成層、津波荷重による海底やジオイドの変形）やブシネスク型の分散性、計算格子や水深データの解像度、移流や底面摩擦の非線形項が津波波源や波形の推定にどのように影響するかを調べた。副次効果を考慮することにより、遠地観測点における津波到達時刻の再現精度が向上し、津波波源位置の推定精度が向上した。ブシネスク型の分散性を考慮した場合、すべり量が大きい部分は直線的に分布しており、伸長方向が走向に対してやや斜めになることが推定された。

この手法を津波警報システムに利用する可能性を検討するために、津波発生後の観測時間が津波波源と波形の推定に与える影響を調査したところ、精度の低い伝播モデルを用いると、予想に反して観測時間が長くなるにつれて津波波源の推定精度が低下することがわかった。これに対して、副次効果、ブシネスク型の分散性、高解像度格子と詳細地形を考慮した高精度モデルでは、観測時間が長くなるにつれて波源の推定精度が向上した。このモデルでは、地震発生後60分間の波形データに基づき、津波波源のおおよその分布を推定することができた。60分時点では、まだ波源の南側に位置するわずか1地点で第1波の半波長分しか観測されていないにもかかわらず、そのような推定ができた。120分観測のケースでは、西側の2観測点で津波が観測され、方向カバー率が向上し、海溝軸から斜めに延びる隆起域を持つ津波波源が推定され、波形推定の精度が向上した。観測時間を120分以上に延長した場合、推定された津波波源の中央値は大きく変化しなかったが、不確かさの幅は徐々に減少した。

高精度伝播モデルであるモデル4と最長の観測データを用いて推定された最終断層モデルは観測波形データや陸上のGNSS観測点の変位をよく再現した。また、移流と底面摩擦の非線形項を考慮した津波シミュレーションも行った。非線形津波シミュレーションでは、最初の津波到達後30～60分程度は線形シミュレーションとほぼ同じ波形を示したが、後から到達する波形については振幅がやや小さくなり、観測された波形の振幅変化により適合する結果が得られた。アジョイント合成法では非線形項の影響は考慮できないが、その影響は後続波形に限られ、その後続波についても振幅の差はかなり小さい。ここで提案するアジョイント合成法とSMCを組み合わせたインバージョンは、津波波源と波形、およびそれらの不確かさを定量的に効率よく推定することができる。高精度な予測は津波警報の適切な更新や解除に役立つと期待される^{※1}。

(2024年7月30日受付)

謝辞

2名の匿名査読者の建設的なコメントは、本論文の改善に役立った。著者らは、2012年Haida Gwaii地震の津波データ（National Oceanic and Atmospheric Administration, 2005）を提供してくれたNational Data Buoy Centerと、海底の水深データ（General Bathymetric Chart of the Ocean, 2019）を提供してくれたGeneral Bathymetric Chart of the Ocean (GEBCO)に感謝する。本研究の一部はJSPS KAKENHI 17KK0138, 19H02409, 22H01750 (T.T.)の支援を受けた。また、本研究の一部は、東京大学地震研究所のERI JURP2020-S-02の支援を受けた。計算は、東京大学情報基盤センターのOakforest-PACSおよびAuScopeイニシアチブによる計算施設Terrawulfクラスタを用いて行った。AuScope Ltdは、オーストラリア連邦政府のプログラムであるNational Collaborative Research Infrastructure Strategy (NCRIS)の助成を受けている。

※1 気象庁では量的津波予測手法の一つとして、グリーン関数の線形合成を基礎とする手法（Tsushima et al., 2009）が用いられており、アジョイント合成法はグリーン関数のデータベースの高精細化に寄与することができる。また、観測データから断層幾何パラメーターを推定する手法は、現業予測には取り入れられていないが、事後解析により津波予測に与える影響が無視できないことが Nakata et al. (2019)で指摘されており、提案したSMC法を導入することで、予測の精度や信頼性を高めることができると期待される。

オープンリサーチ

ソフトウェア — 津波シミュレーションのソフトウェアはApache-2.0ライセンスで、GitHubにて公開されている (Takagawa, 2022). 図はMatplotlib version 3.6.3 (Caswell et al., 2023) とCartopy version 0.21.1 (Met Office, 2015) で作成した. Xarrayバージョン2022.12.0 (Hoyer & Hamman, 2017) は、アジョイント状態データベースと津波波形データを扱う際に使用した. 座標変換にはRasterio version 1.2.10 (Gillies, et al., 2019) を使用した.

データセット — GEBCO Compilation Group (2019) の水深データを津波シミュレーションに使用した. National Oceanic and Atmospheric Administration (2005) の津波波形データをインバージョン解析に使用した.

参考文献

- Aki, K., & Richards, P. G. (2002) *Quantitative seismology*, 2nd edn. University Science Books, Sausalito
- Allgeyer, S., & Cummins, P. (2014). Numerical tsunami simulation including elastic loading and seawater density stratification. *Geophysical Research Letters*, 41(7), 2368–2375. <https://doi.org/10.1002/2014GL059348>
- Aoi, S., Asano, Y., Kunugi, T., Kimura, T., Uehira, K., Takahashi, N., Ueda, H., Shiomi, K., Matsumoto, T., & Fujiwara, H. (2020). MOWLAS: NIED observation network for earthquake, tsunami and volcano. *Earth, Planets and Space*, 72(1), 1–31. <https://doi.org/10.1186/s40623-020-01250-x>
- Baba, T., Allgeyer, S., Hossen, J., Cummins, P. R., Tsushima, H., Imai, K., Yamashita, K., & Kato, T. (2017). Accurate numerical simulation of the far-field tsunami caused by the 2011 Tohoku earthquake, including the effects of Boussinesq dispersion, seawater density stratification, elastic loading, and gravitational potential change. *Ocean Modelling*, 111, 46–54. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2017.01.002>
- Baba, T., Cummins, P. R., Thio, H. K., & Tsushima, H. (2009). Validation and Joint Inversion of Teleseismic Waveforms for Earthquake Source Models Using Deep Ocean Bottom Pressure Records: A Case Study of the 2006 Kuril Megathrust Earthquake. *Pure and Applied Geophysics*, 166(1), 55–76. <https://doi.org/10.1007/s00024-008-0438-1>
- Bai, Y., Yamazaki, Y., & Cheung, K. F. (2015). Interconnection of multi-scale standing waves across the Pacific Basin from the 2011 Tohoku Tsunami. *Ocean Modelling*, 92, 183–197. <https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2015.06.007>
- Balay, S., Gropp, W. D., McInnes, L. C., & Smith, B. F. (1997). Modern Software Tools in Scientific Computing, chapter Efficient Management of Parallelism in Object-Oriented Numerical Software Libraries. *Birkhäuser Press*, 42, 163–202.
- Balay, S., Abhyankar, S., Adams, M., Benson, S., Brown, J., Brune, P., Buschelman, K., Constantinescu, E.M., Dalcin, L., Dener, A., Eijkhout, V., Gropp, W.D., Hapla, V., Isaac, T., Jolivet, P., Karpeev, D., Kaushik, D., Knepley, M.G., Kong, F., Kruger, S., May, D.A., Curfman McInnes, L., Tran Mills, R., Mitchell, L., Munson, T., Roman, J.E., Rupp, K., Sanan, P., Sarich, J., Smith, B.F., Zampini, S, Zhang, H., Zhang, H., & Zhang, J. (2022). *PETSc users manual*. <https://petsc.org/release/docs/manual/>
- Bernard, E., & Titov, V. (2015). Evolution of tsunami warning systems and products. *Philosophical Transactions. Series A, Mathematical, Physical, and Engineering Sciences*, 373(2053). <https://doi.org/10.1098/rsta.2014.0371>
- Beskos, A., Jasra, A., Kantas, N., & Thiery, A. (2016). On the convergence of adaptive sequential Monte Carlo methods. *The Annals of Applied Probability*, 26(2), 1111–1146. <https://doi.org/10.1214/15-AAP1113>
- Buchholz, A., Chopin, N., & Jacob, P. E. (2021). Adaptive tuning of Hamiltonian Monte Carlo within sequential Monte Carlo. *Bayesian Analysis*, 16(3). <https://doi.org/10.1214/20-ba1222>
- Caswell, T.A., Lee, A., Droettboom, M., de Andrade, E.S., Hoffmann, T., Klymak, J., Hunter, J., Firing, E., Stansby, D., Varoquaux, N., Nielsen, J.H., Root, B., May, R., Elson, P., Seppänen, J.K., Lee, J., Dale, D., Gustafsson, O., hannah, ..., Kniazev, N. (2023). matplotlib/matplotlib: REL: v3.6.3 (v3.6.3) [Software]. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.7527665>
- Cruz, E., Yokoki, H., Isobe, M., & Watanabe, A. (1993). An absorbing boundary condition for nonlinear waves. *Proc. Coastal Engineering JSCE* (in Japanese).
- Dettmer, J., Hawkins, R., Cummins, P. R., Hossen, J., Sambridge, M., Hino, R., & Inazu, D. (2016). Tsunami source uncertainty estimation: The 2011 Japan tsunami.

- Journal of Geophysical Research, [Solid Earth]*, 121(6), 4483–4505. <https://doi.org/10.1002/2015JB012764>
- Eisner, L., & Clayton, R. W. (2001). A Reciprocity Method for Multiple-Source Simulations. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 91(3), 553–560. <https://doi.org/10.1785/0120000222>
- Falgout, R. D., & Yang, U. M. (2002). hypre: A Library of High Performance Preconditioners. *Computational Science — ICCS 2002*, 632–641. https://doi.org/10.1007/3-540-47789-6_66
- Fine, I. V., Cherniawsky, J. Y., Thomson, R. E., Rabinovich, A. B., & Krassovski, M. V. (2015). Observations and Numerical Modeling of the 2012 Haida Gwaii Tsunami off the Coast of British Columbia. *Pure and Applied Geophysics*, 172(3), 699–718. <https://doi.org/10.1007/s00024-014-1012-7>
- Fujii, Y., & Satake, K. (2013). Slip Distribution and Seismic Moment of the 2010 and 1960 Chilean Earthquakes Inferred from Tsunami Waveforms and Coastal Geodetic Data. *Pure and Applied Geophysics*, 170(9), 1493–1509. <https://doi.org/10.1007/s00024-012-0524-2>
- Fujii, Y., Satake, K., Sakai, S., & Shinohara, M. (2011). Tsunami source of the 2011 off the Pacific coast of Tohoku Earthquake. *Earth, Planets and Space*. <https://link.springer.com/article/10.5047/eps.2011.06.010>
- Fujii, Y., Satake, K., Watada, S., & Ho, T.-C. (2021). Re-examination of slip distribution of the 2004 Sumatra–Andaman earthquake (MW 9.2) by the inversion of tsunami data using Green’s functions corrected for compressible seawater over the elastic earth. *Pure and Applied Geophysics*, 178(12), 4777–4796. <https://doi.org/10.1007/s00024-021-02909-6>
- Franc, V., Hlaváč, V., & Navara, M. (2005). Sequential Coordinate-Wise Algorithm for the Non-negative Least Squares Problem. *Computer Analysis of Images and Patterns*, 407–414. https://doi.org/10.1007/11556121_50
- Furumura, T., & Maeda, T. (2021). High-resolution source imaging based on time-reversal wave propagation simulations using assimilated dense seismic records. *Geophysical Journal International*, 225(1), 140–157. <https://doi.org/10.1093/gji/ggaa586>
- GEBCO Compilation Group (2019). GEBCO 2019 Grid [Dataset], <https://doi.org/10.5285/836f016a-33bc-6ddc-e053-6c86abc0788e>
- Gica, E., Spillane, M. C., Titov, V. V., Chamberlin, C. D., & C., N. J. (2008). Development of the forecast propagation database for NOAA’s Short-term Inundation Forecast for Tsunamis (SIFT). *NOAA Technical Memorandum OAR PMEL-139*.
- Gillies, S., & others (2019). Rasterio: geospatial raster I/O for Python programmers [Software], <https://github.com/rasterio/rasterio>
- González, F. I., Milburn, H. M., Bernard, E. N., & Newman, J. C. (1998). Deep-ocean assessment and reporting of tsunamis (DART): Brief overview and status report. *Proceedings of the International Workshop on Tsunami Disaster Mitigation*, 19, 2. https://nctr.pmel.noaa.gov/Pdf/dart_report1998.pdf
- Goto, C., Ogawa, Y., Shuto, N., & Imamura, F. (1997). IUGG/IOC TIME Project, Numerical method of tsunami simulation with the Leap-frog scheme. UNESCO. <http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001223/122367eb.pdf>
- Graves, R. W., & Wald, D. J. (2001). Resolution analysis of finite fault source inversion using one- and three-dimensional Green’s functions: 1. Strong motions. *Journal of Geophysical Research*, 106(B5), 8745–8766. <https://doi.org/10.1029/2000jb900436>
- Grilli, S. T., Harris, J. C., Tajalli Bakhsh, T. S., Masterlark, T. L., Kyriakopoulos, C., Kirby, J. T., & Shi, F. (2013). Numerical Simulation of the 2011 Tohoku Tsunami Based on a New Transient FEM Co-seismic Source: Comparison to Far- and Near-Field Observations. *Pure and Applied Geophysics*, 170(6), 1333–1359. <https://doi.org/10.1007/s00024-012-0528-y>
- Gusman, A. R., Murotani, S., Satake, K., Heidarzadeh, M., Gunawan, E., Watada, S., & Schurr, B. (2015). Fault slip distribution of the 2014 Iquique, Chile, earthquake estimated from ocean-wide tsunami waveforms and GPS data. *Geophysical Research Letters*, 42(4), 1053–1060. <https://doi.org/10.1002/2014GL062604>
- Gusman, A. R., Mulia, I. E., Satake, K., Watada, S., Heidarzadeh, M., & Sheehan, A. F. (2016). Estimate of tsunami source using optimized unit sources and including dispersion effects during tsunami propagation: The 2012 Haida Gwaii earthquake. *Geophysical Research Letters*, 43(18), 9819–9828. <https://doi.org/10.1002/2016GL070140>

- Gusman, A. R., Sheehan, A. F., Satake, K., Heidarzadeh, M., Mulia, I. E., & Maeda, T. (2016). Tsunami data assimilation of Cascadia seafloor pressure gauge records from the 2012 Haida Gwaii earthquake: Dense Array for Tsunami Warning. *Geophysical Research Letters*, 43(9), 4189–4196. <https://doi.org/10.1002/2016GL068368>
- Hartzell, S. H., & Heaton, T. H. (1983). Inversion of strong ground motion and teleseismic waveform data for the fault rupture history of the 1979 Imperial Valley, California, earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 73(6A), 1553–1583. <https://doi.org/10.1785/BSSA07306A1553>
- Hastings, W. K. (1970). Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. *Biometrika*, 57(1), 97–109. <https://doi.org/10.1093/biomet/57.1.97>
- Hayes, G. P., Rivera, L., & Kanamori, H. (2009). Source Inversion of the W-Phase: Real-time Implementation and Extension to Low Magnitudes. *Seismological Research Letters*, 80(5), 817–822. <https://doi.org/10.1785/gssrl.80.5.817>
- Heiskanen, A., W., Moritz, & Helmut. (1967). *Physical geodesy*. W.H. Freeman. <https://www.worldcat.org/title/physical-geodesy/oclc/530948>
- Ho, T.-C., Satake, K., & Watada, S. (2017). Improved Phase Corrections for Transoceanic Tsunami Data in Spatial and Temporal Source Estimation: Application to the 2011 Tohoku Earthquake: Improved Phase Corrections for Tsunamis. *Journal of Geophysical Research, [Solid Earth]*, 122(12), 10,155–10,175. <https://doi.org/10.1002/2017JB015070>
- Hossen, M. J., Cummins, P. R., Roberts, S. G., & Allgeyer, S. (2015). Time reversal imaging of the tsunami source. *Pure and Applied Geophysics*, 172(3–4), 969–984. <https://doi-org.virtual.anu.edu.au/10.1007/s00024-014-1014-5>
- Hossen, M. J., P. R. Cummins, J. Dettmer, & T. Baba (2015), Tsunami waveform inversion for sea surface displacement following the 2011Tohoku earthquake: Importance of dispersion and source kinematics, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 120, 6452–6473. <https://doi.org/10.1002/2015JB011942>
- Hoyer, S. & Hamman, J., (2017). xarray: N-D labeled Arrays and Datasets in Python. *Journal of Open Research Software*. 5(1), 10 [Software], <https://doi.org/10.5334/jors.148>
- Ide, S. (2007). Slip Inversion. In G. Schubert, B. Romanowicz, A. Dziewonski, D. Price, T. Herring, H. Kanamori, et al. (Eds.), *Treatise on Geophysics: Seismology and Structure of the Earth*, 193–223.
- Imamura, F., Yalciner, A. C., & Ozyurt, G. (2006). *Tsunami modelling manual (TUNAMI model)*. https://www.tsunami.irides.tohoku.ac.jp/media/files/_u/project/manual-ver-3_1.pdf
- Kajiura, K. (1963). The leading wave of a tsunami. *Bulletin of the Earthquake Research Institute, University of Tokyo*, 41(3), 535–571. <https://doi.org/10.15083/0000033711>
- Kalnay, E. (2003). *Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability*. Cambridge University Press.
- Kao, H., Shan, S., & Farahbod, A. M. (2015). Source Characteristics of the 2012 Haida Gwaii Earthquake Sequence. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 105(2B), 1206–1218. <https://doi.org/10.1785/0120140165>
- Kennedy, R. A., Zhang, W., & Abhayapala, T. D. (2008). Spherical harmonic analysis and model-limited extrapolation on the sphere: Integral equation formulation. *2008 2nd International Conference on Signal Processing and Communication Systems*, 1–6. <https://doi.org/10.1109/ICSPCS.2008.4813702>
- Korolev, Y. P. (2011). An approximate method of short-term tsunami forecast and the hindcasting of some recent events. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 11(11), 3081–3091. <https://doi.org/10.5194/nhess-11-3081-2011>
- Kubota, T., Saito, T., & Nishida, K. (2022). Global fast-traveling tsunamis driven by atmospheric Lamb waves on the 2022 Tonga eruption. *Science*, eabo4364. <https://doi.org/10.1126/science.abo4364>
- Lawson, C. L., & Hanson, R. J. (1995). *Solving least squares problems*. SIAM. <https://doi.org/10.1137/1.9781611971217>
- Lay, T., Kanamori, H., Ammon, C. J., Nettles, M., Ward, S. N., Aster, R. C., Beck, S. L., Bilek, S. L., Brudzinski, M. R., Butler, R., DeShon, H. R., Ekström, G., Satake, K., & Sipkin, S. (2005). The great Sumatra-Andaman earthquake of 26 December 2004. *Science*, 308(5725), 1127–1133. <https://doi.org/10.1126/science.1112250>

- Lay, T., Ye, L., Kanamori, H., Yamazaki, Y., Cheung, K. F., Kwong, K., & Koper, K. D. (2013). The October 28, 2012 Mw 7.8 Haida Gwaii underthrusting earthquake and tsunami: Slip partitioning along the Queen Charlotte Fault transpressional plate boundary. *Earth and Planetary Science Letters*, 375, 57–70.
<https://doi.org/10.1016/j.epsl.2013.05.005>
- Lay, T., Yue, H., Brodsky, E. E., & An, C. (2014). The 1 April 2014 Iquique, Chile, M_w 8.1 earthquake rupture sequence. *Geophysical Research Letters*, 41(11), 3818–3825.
<https://doi.org/10.1002/2014gl060238>
- Leonard, L. J., & Bednarski, J. M. (2014). Field Survey Following the 28 October 2012 Haida Gwaii Tsunami. *Pure and Applied Geophysics*, 171(12), 3467–3482.
<https://doi.org/10.1007/s00024-014-0792-0>
- Li, L., Cheung, K. F., Yue, H., Lay, T., & Bai, Y. (2016). Effects of dispersion in tsunami Green's functions and implications for joint inversion with seismic and geodetic data: A case study of the 2010 Mentawai M_w 7.8 earthquake. *Geophysical Research Letters*, 43(21), 11,182–11,191. <https://doi.org/10.1002/2016GL070970>
- Lotto, G. C., Nava, G., & Dunham, E. M. (2017). Should tsunami simulations include a nonzero initial horizontal velocity? *Earth, Planets and Space*, 69(1), 117.
<https://doi.org/10.1186/s40623-017-0701-8>
- Lynett, P. J. (2006). Nearshore wave modeling with high-order Boussinesq-type equations. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 132(5), 348–357.
[https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-950x\(2006\)132:5\(348\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-950x(2006)132:5(348))
- Maeda, T. (2023). Numerical experiments of tsunami wavefield estimation based on adjoint equations, Programme and abstracts, the Seismological Society of Japan, Fall Meeting, S17-08.
- Maeda, T., Obara, K., Shinohara, M., Kanazawa, T., & Uehira, K. (2015). Successive estimation of a tsunami wavefield without earthquake source data: A data assimilation approach toward real-time tsunami forecasting. *Geophysical Research Letters*, 42(19), 7923–7932.
<https://doi.org/10.1002/2015GL065588>
- Matsuzawa, T. (1950). Seismology [in Japanese], Kadokawa Shoten, Tokyo, Japan.
- Mei, C. C. (1989). *The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves*. World Scientific.
- Met Office (2015). Cartopy v.0.21.1 [Software],
<https://doi.org/10.5281/zenodo.1182735>
- Metropolis, N. & Ulam, S.M. (1949). The Monte Carlo method, *J. Am. Stat. Assoc.*, 44, 335–341.
- Monserat, S., Vilibić, I., & Rabinovich, A. B. (2006). Meteotsunamis: atmospherically induced destructive ocean waves in the tsunami frequency band. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 6(6), 1035–1051.
<https://doi.org/10.5194/nhess-6-1035-2006>
- Mulia, I. E., Gusman, A. R., Jakir Hossen, M., & Satake, K. (2018). Adaptive Tsunami Source Inversion Using Optimizations and the Reciprocity Principle. *Journal of Geophysical Research, [Solid Earth]*, 41, 545.
<https://doi.org/10.1029/2018JB016439>
- Munekane, H., Oikawa, J., & Kobayashi, T. (2016). Mechanisms of step-like tilt changes and very long period seismic signals during the 2000 Miyakejima eruption: Insights from kinematic GPS. *Journal of Geophysical Research, [Solid Earth]*, 121(4), 2932–2946.
<https://doi.org/10.1002/2016jb012795>
- Murotani, S., Satake, K., & Fujii, Y. (2013). Scaling relations of seismic moment, rupture area, average slip, and asperity size for $M \sim 9$ subduction-zone earthquakes. *Geophysical Research Letters*, 40(19), 5070–5074.
<https://doi.org/10.1002/grl.50976>
- Nakamura, K. (1961). Velocity of Long Gravity Waves in the Ocean. Science Reports of the Tohoku University 5th Ser. Geophysics, 13(3).
- Nakata, K., Hayashi, Y., Tsushima, H., Fujita, K., Yoshida, Y., & Katsumata, A. (2019). Performance of uniform and heterogeneous slip distributions for the modeling of the November 2016 off Fukushima earthquake and tsunami, Japan. *Earth, Planets and Space*, 71(1), 30.
<https://doi.org/10.1186/s40623-019-1010-1>
- National Oceanic and Atmospheric Administration (2005): Deep-Ocean Assessment and Reporting of Tsunamis (DART(R)). NOAA National Centers for Environmental Information [Dataset],
<https://doi.org/10.7289/V5F18WNS>
- Nguyen, T.L.T., Septier, F., Peters, G. W., & Delignon, Y. (2016). Efficient Sequential Monte-Carlo Samplers for Bayesian Inference. IEEE Transactions on Signal Processing: A Publication of the IEEE Signal Processing

- Society, 64(5), 1305–1319.
<https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2504342>
- Nykolaishen, L., Dragert, H., Wang, K., James, T. S., & Schmidt, M. (2015). GPS observations of crustal deformation associated with the 2012 MW 7.8 Haida gwaii earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 105(2B), 1241–1252.
<https://doi.org/10.1785/0120140177>
- Ohno, K., Ohta, Y., Kawamoto, S., Abe, S., Hino, R., Koshimura, S., Musa, A., & Kobayashi, H. (2021). Real-time automatic uncertainty estimation of coseismic single rectangular fault model using GNSS data. *Earth, Planets and Space*, 73(1), 127. <https://doi.org/10.1186/s40623-021-01425-0>
- Oishi, Y., Imamura, F., & Sugawara, D. (2015). Near-field tsunami inundation forecast using the parallel TUNAMI-N2 model: Application to the 2011 Tohoku-Oki earthquake combined with source inversions. *Geophysical Research Letters*, 42(4), 1083–1091.
<https://doi.org/10.1002/2014GL062577>
- Okada, Y. (1992). Internal deformation due to shear and tensile faults in a half-space. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 82(2), 1018–1040.
<https://doi.org/10.1785/BSSA0820021018>
- Pagiatakis, S. D. (1990). The response of a realistic earth to ocean tide loading. In *Geophysical Journal International* (Vol. 103, Issue 2, pp. 541–560).
<https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.1990.tb01790.x>
- Pires, C., & Miranda, P. M. A. (2001). Tsunami waveform inversion by adjoint methods. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 106(C9), 19773–19796.
<https://doi.org/10.1029/2000jc000334>
- Ray, R. D. (1998). Ocean self-attraction and loading in numerical tidal models. *Marine Geodesy*, 21(3), 181–192.
<https://doi.org/10.1080/01490419809388134>
- Roddy, P. J., & McEwen, J. D. (2021). Sifting convolution on the sphere. *IEEE Signal Processing Letters*, 28, 304–308.
<https://doi.org/10.1109/lsp.2021.3050961>
- Saito, T. (2019). *Tsunami Generation and Propagation*. Springer, Tokyo. <https://doi.org/10.1007/978-4-431-56850-6>
- Saito, T., & Furumura, T. (2009). Three-dimensional tsunami generation simulation due to sea-bottom deformation and its interpretation based on a the linear theory. In *Geophysical Journal International* (Vol. 178, Issue 2, pp. 877–888). <https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.2009.04206.x>
- Saito, T., Inazu, D., Miyoshi, T., & Hino, R. (2014). Dispersion and nonlinear effects in the 2011 Tohoku-Oki earthquake tsunami. *Journal of Geophysical Research, C: Oceans*, 119(8), 5160–5180.
<https://doi.org/10.1002/2014jc009971>
- Saito, T., Satake, K., & Furumura, T. (2010). Tsunami waveform inversion including dispersive waves: the 2004 earthquake off Kii Peninsula, Japan. *Journal of Geophysical Research*, 115(B6), L08303.
<https://doi.org/10.1029/2009JB006884>
- Satake, K. (1987). Inversion of tsunami waveforms for the estimation of a fault heterogeneity: Method and numerical experiments. *Journal of Physics of the Earth*, 35, 241–254.
- Satake, K. (1989). Inversion of tsunami waveforms for the estimation of heterogeneous fault motion of large submarine earthquakes: The 1968 Tokachi-oki and 1983 Japan Sea earthquakes. *Journal of Geophysical Research, [Solid Earth]*, 94(B5), 5627–5636.
<https://doi.org/10.1029/JB094iB05p05627>
- Satake, K. (1993). Depth distribution of coseismic slip along the Nankai Trough, Japan, from joint inversion of geodetic and tsunami data. *Journal of Geophysical Research, [Solid Earth]*.
<https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/92jb01553>
- Satake, K., Fujii, Y., Harada, T., & Namegaya, Y. (2013). Time and Space Distribution of Coseismic Slip of the 2011 Tohoku Earthquake as Inferred from Tsunami Waveform Data, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 103(2B), 1473–1492.
<https://doi.org/10.1785/0120120122>
- Satake, K., & Kanamori, H. (1991). Use of tsunami waveforms for earthquake source study. *Natural Hazards*, 4(2), 193–208. <https://doi.org/10.1007/BF00162787>
- Savage, J. C., & Hastie, L. M. (1966). Surface deformation associated with dip - slip faulting. *Journal of Geophysical Research*. <https://doi.org/10.1029/JZ071i020p04897>
- Schaeffer, N. (2013). Efficient spherical harmonic transforms aimed at pseudospectral numerical simulations.

- Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 14(3), 751–758.
<https://doi.org/10.1002/ggge.20071>
- Sheehan, A. F., Gusman, A. R., Heidarzadeh, M., & Satake, K. (2015). Array Observations of the 2012 Haida Gwaii Tsunami Using Cascadia Initiative Absolute and Differential Seafloor Pressure Gauges. *Seismological Research Letters*, 86(5), 1278–1286.
<https://doi.org/10.1785/0220150108>
- Shigihara, Y., & Fujima, K. (2014). An Adequate Dispersive Wave Scheme for Tsunami Simulation. *Coastal Engineering Journal*, 56(1), 1450003–1 – 1450003–1450032. <https://doi.org/10.1142/S057856341450003X>
- Stakgold, I. (1979). *Green's Functions and Boundary Value Problems*, John Wiley & Sons, New York, p. 638
- Takagawa, T. (2022). Tsunami Adjoint simulator for Nonpoint sources with Dispersive wave equations on a self-gravitating Earth Model (TANDEM) v.1.0.0 [Software], <https://github.com/tomographyyy/TANDEM>, <https://doi.org/10.5281/zenodo.10995292>
- Takagawa, T., Allgeyer, S., & Cummins, P. (2024). Adjoint synthesis for trans - oceanic tsunami waveforms and simultaneous inversion of fault geometry and slip distribution. *Journal of Geophysical Research*, [Solid Earth], 129(6). <https://doi.org/10.1029/2024jb028750>
- Tanioka, Y., & Satake, K. (1996). Tsunami generation by horizontal displacement of ocean bottom. *Geophysical Research Letters*, 23(8), 861–864.
<https://doi.org/10.1029/96GL00736>
- ter Braak, C. J. F., & Vrugt, J. A. (2008). Differential Evolution Markov Chain with snooker updater and fewer chains. *Statistics and Computing*, 18(4), 435–446.
<https://doi.org/10.1007/s11222-008-9104-9>
- Thomson, R., Fine, I., Rabinovich, A., Mihály, S., Davis, E., Heesemann, M., & Krassovski, M. (2011). Observation of the 2009 Samoa tsunami by the NEPTUNE-Canada cabled observatory: Test data for an operational regional tsunami forecast model. *Geophysical Research Letters*, 38(11). <https://doi.org/10.1029/2011gl046728>
- Titov, V., Kânoğlu, U., & Synolakis, C. (2016). Development of MOST for real-time tsunami forecasting. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 142(6), 03116004. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)ww.1943-5460.0000357](https://doi.org/10.1061/(asce)ww.1943-5460.0000357)
- Tsai, V. C., Ampuero, J.-P., Kanamori, H., & Stevenson, D. J. (2013). Estimating the effect of Earth elasticity and variable water density on tsunami speeds. *Geophysical Research Letters*, 40(3), 492–496.
<https://doi.org/10.1002/grl.50147>
- Tsushima, H., Hino, R., Fujimoto, H., Tanioka, Y., & Imamura, F. (2009). Near-field tsunami forecasting from cabled ocean bottom pressure data. *J. Geophys. Res.*, 114, B06309. <https://doi.org/10.1029/2008JB005988>
- Tsushima, H., Hino, R., Tanioka, Y., Imamura, F., & Fujimoto, H. (2012). Tsunami waveform inversion incorporating permanent seafloor deformation and its application to tsunami forecasting. *Journal of Geophysical Research*, 117(B3), 343.
<https://doi.org/10.1029/2011JB008877>
- Tsushima, H., & Ohta, Y. (2014). Review on Near-Field Tsunami Forecasting from Offshore Tsunami Data and Onshore GNSS Data for Tsunami Early Warning. *Journal of Disaster Research*, 9(3), 339–357.
<https://doi.org/10.20965/jdr.2014.p0339>
- Tukey, J. W. (1977). *Exploratory Data Analysis*. Addison-Wesley Publishing Company.
- USGS (2012). M 7.8 - 206 km SW of Prince Rupert, Canada. <https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/eventpage/usp000juh2/executive>
- Vinogradova, N. T., Ponte, R. M., Quinn, K. J., Tamsiea, M. E., Campin, J.-M., & Davis, J. L. (2015). Dynamic Adjustment of the Ocean Circulation to Self-Attraction and Loading Effects. *Journal of Physical Oceanography*, 45(3), 678–689. <https://doi.org/10.1175/JPO-D-14-0150.1>
- Wang, Y., & Satake, K. (2021). Real-Time Tsunami Data Assimilation of S-Net Pressure Gauge Records during the 2016 Fukushima Earthquake. *Seismological Research Letters*, 92(4), 2145–2155.
<https://doi.org/10.1785/0220200447>
- Wang, Y., Satake, K., Maeda, T., & Gusman, A. R. (2017). Green's function-based tsunami data assimilation: A fast data assimilation approach toward tsunami early warning. *Geophysical Research Letters*, 44(20), 10,282–10,289.
<https://doi.org/10.1002/2017gl075307>
- Ward, S. N. (2001a). Landslide tsunami. *Journal of Geophysical Research*, 106(B6), 11201–11215.
<https://doi.org/10.1029/2000JB900450>

- Ward, S. N. (2001b). Tsunami. In *Encyclopedia of Solid Earth Geophysics*. Academic Press.
- Watada, S. (2013). Tsunami speed variations in density-stratified compressible global oceans: TSUNAMI SPEED IN LAYERED OCEAN. *Geophysical Research Letters*, 40(15), 4001–4006. <https://doi.org/10.1002/grl.50785>
- Watada, S., Kusumoto, S., & Satake, K. (2014). Traveltime delay and initial phase reversal of distant tsunamis coupled with the self-gravitating elastic Earth. *Journal of Geophysical Research, [Solid Earth]*, 119(5), 4287–4310. <https://doi.org/10.1002/2013JB010841>
- Xie, Y., Mohanna, S., Meng, L., Zhou, T., & Ho, T.-C. (2023). Adjoint inversion of near-field pressure gauge recordings for rapid and accurate tsunami source characterization. *Earth and Space Science (Hoboken, N.J.)*, 10(12). <https://doi.org/10.1029/2023ea003086>
- Yamazaki, Y., Cheung, K. F., & Lay, T. (2018). A Self-Consistent Fault Slip Model for the 2011 Tohoku Earthquake and Tsunami. *Journal of Geophysical Research, [Solid Earth]*, 123(2), 1435–1458. <https://doi.org/10.1002/2017JB014749>
- Yoshimoto, M., Watada, S., Fujii, Y., & Satake, K. (2016). Source estimate and tsunami forecast from far-field deep-ocean tsunami waveforms—The 27 February 2010 M_w 8.8 Maule earthquake. *Geophysical Research Letters*, 43(2), 659–665. <https://doi.org/10.1002/2015gl067181>
- Yue, H., Lay, T., Li, L., Yamazaki, Y., Cheung, K. F., Rivera, L., Hill, E. M., Sieh, K., Kongko, W., & Muhari, A. (2015). Validation of linearity assumptions for using tsunami waveforms in joint inversion of kinematic rupture models: Application to the 2010 Mentawai M_w 7.8 tsunami earthquake. *Journal of Geophysical Research, [Solid Earth]*, 120(3), 1728–1747. <https://doi.org/10.1002/2014JB011721>
- Yue, H., Lay, T., Rivera, L., An, C., Vigny, C., Tong, X., & Báez Soto, J. C. (2014). Localized fault slip to the trench in the 2010 Maule, Chile M_w = 8.8 earthquake from joint inversion of high-rate GPS, teleseismic body waves, InSAR, campaign GPS, and tsunami observations: Slip in the 2010 Maule, Chile earthquake. *Journal of Geophysical Research, [Solid Earth]*, 119(10), 7786–7804. <https://doi.org/10.1002/2014JB011340>
- Zhao, L., Chen, P., & Jordan, T. H. (2006). Strain green's tensors, reciprocity, and their applications to seismic source and structure studies. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 96(5), 1753–1763. <https://doi.org/10.1785/0120050253>
- Zhou, T., Meng, L., Xie, Y., & Han, J. (2019). An Adjoint-State Full-Waveform Tsunami Source Inversion Method and Its Application to the 2014 Chile-Iquique Tsunami Event. *Journal of Geophysical Research, [Solid Earth]*, 124(7), 6737–6750. <https://doi.org/10.1029/2018JB016678>

付録A アジョイント方程式の導出

ここでは、線形化された遠地津波方程式に対するアジョイント方程式の導出について述べる。Rieszの表現定理により、線形演算子 $\mathcal{L}$ に対して任意の $\mathbf{x}$ と $\mathbf{x}'$ に対して次の関係を満たす $\mathcal{L}^\dagger$ が一意に存在する。

$$\langle \mathcal{L}\mathbf{x}, \mathbf{x}' \rangle = \langle \mathbf{x}, \mathcal{L}^\dagger \mathbf{x}' \rangle \quad (\text{A1})$$

この演算子 $\mathcal{L}^\dagger$ は $\mathcal{L}$ のアジョイント演算子と呼ばれる。アジョイント演算子の具体的な式は、次のように部分積分をとることで得られる。

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{L}\mathbf{x}, \mathbf{x}' \rangle &= \iiint \begin{pmatrix} \partial\eta/\partial t \\ \partial M/\partial t \\ \partial N/\partial t \end{pmatrix}^\top \begin{pmatrix} \eta' \\ M' \\ N' \end{pmatrix} d\theta d\varphi dt \\ &= \iiint \left[-\frac{(\rho_{avg}/\rho_h)}{R \sin \theta} \left\{ \frac{\partial M}{\partial \varphi} + \frac{\partial(N \sin \theta)}{\partial \theta} \right\} \eta' + \left\{ -\frac{gh}{R \sin \theta} \frac{\partial \eta}{\partial \varphi} + \frac{h}{R \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} - fN \right\} M' + \left\{ -\frac{gh}{R} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} + \frac{h}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + fM \right\} N' \right] d\theta d\varphi dt \\ &= \iiint \left[-\frac{(\rho_{avg}/\rho_h)\eta'}{R \sin \theta} \frac{\partial M}{\partial \varphi} - \frac{ghM'}{R \sin \theta} \frac{\partial \eta}{\partial \varphi} + \frac{hM'}{R \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \right] d\theta d\varphi dt \\ &\quad + \iiint \left[-\frac{(\rho_{avg}/\rho_h)\eta'}{R \sin \theta} \frac{\partial(N \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{ghN'}{R} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} + \frac{hN'}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right] d\theta d\varphi dt - \iiint [fNM' - fMN'] d\theta d\varphi dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \left[-M \frac{(\rho_{avg})}{R \sin \theta} \eta' - \eta \frac{ghM'}{R \sin \theta} + \Phi \frac{hM'}{R \sin \theta} \right]_{-\pi}^{+\pi} d\theta dt \\ &\quad - \iiint \left[-M \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{(\rho_{avg}/\rho_h)\eta'}{R \sin \theta} \right) - \eta \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{ghM'}{R \sin \theta} \right) + \Phi \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{hM'}{R \sin \theta} \right) \right] d\theta d\varphi dt \\ &\quad + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\pi}^{+\pi} \left[-N \sin \theta \frac{(\rho_{avg}/\rho_h)\eta'}{R \sin \theta} - \eta \frac{ghN'}{R} + \Phi \frac{hN'}{R} \right]_{-\pi/2}^{+\pi/2} d\varphi dt \\ &\quad - \iiint \left[-N \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{(\rho_{avg}/\rho_h)\eta'}{R \sin \theta} \right) - \eta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{ghN'}{R} \right) + \Phi \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{hN'}{R} \right) \right] d\theta d\varphi dt \\ &\quad - \iiint [fNM' - fMN'] d\theta d\varphi dt \\ &= -\iiint \left[-M \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{(\rho_{avg}/\rho_h)\eta'}{R \sin \theta} \right) - \eta \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{ghM'}{R \sin \theta} \right) + \Phi \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{hM'}{R \sin \theta} \right) \right] d\theta d\varphi dt \\ &\quad - \iiint \left[-N \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{(\rho_{avg}/\rho_h)\eta'}{R \sin \theta} \right) - \eta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{ghN'}{R} \right) + \Phi \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{hN'}{R} \right) \right] d\theta d\varphi dt \\ &\quad - \iiint [fNM' - fMN'] d\theta d\varphi dt \\ &= \iiint \left[\eta \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{ghM'}{R \sin \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{ghN'}{R} \right) \right\} + M \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{(\rho_{avg})}{R \sin \theta} \eta' \right) + N \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{(\rho_{avg})}{R \sin \theta} \eta' \right) - fNM' + fMN' \right] d\theta d\varphi dt - I_1 \quad (\text{A2}) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} I_1 &= \iiint \left[\Phi \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{hM'}{R \sin \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{hN'}{R} \right) \right\} \right] d\theta d\varphi dt \\ &= \iiint \left[\frac{h}{3R \sin \theta} \left\{ \frac{\partial^2 M}{\partial t \partial \varphi} + \frac{\partial^2(N \sin \theta)}{\partial t \partial \theta} \right\} \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{hM'}{R \sin \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{hN'}{R} \right) \right\} \right] d\theta d\varphi dt \\ &= \iiint \left[\frac{h}{3R \sin \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{hM'}{R \sin \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{hN'}{R} \right) \right\} \left\{ \frac{\partial^2 M}{\partial t \partial \varphi} + \frac{\partial^2(N \sin \theta)}{\partial t \partial \theta} \right\} \right] d\theta d\varphi dt \\ &= \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \left[\frac{h}{3R \sin \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{hM'}{R \sin \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{hN'}{R} \right) \right\} \left\{ \frac{\partial^2 M}{\partial t \partial \varphi} + \frac{\partial^2(N \sin \theta)}{\partial t \partial \theta} \right\} \right]_{-\infty}^{+\infty} d\theta d\varphi - I_2 \quad (\text{A3}) \end{aligned}$$

$$I_2 = \iiint \left[\frac{h}{3R^2 \sin \theta} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial t \partial \varphi} \left(\frac{hM'}{\sin \theta} \right) + \frac{\partial^2 (hN')}{\partial t \partial \theta} \right\} \left\{ \frac{\partial M}{\partial \varphi} + \frac{\partial (N \sin \theta)}{\partial \theta} \right\} \right] d\theta d\varphi dt = \iiint \left[\frac{h\Phi'}{R} \left\{ \frac{\partial M}{\partial \varphi} + \frac{\partial (N \sin \theta)}{\partial \theta} \right\} \right] d\theta d\varphi dt \quad (A3)$$

ここで次の Φ' を使って

$$\Phi' = \frac{1}{3R \sin \theta} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial t \partial \varphi} \left(\frac{hM'}{\sin \theta} \right) + \frac{\partial^2 (hN')}{\partial t \partial \theta} \right\} \quad (A4)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \iiint \left[\frac{h\Phi'}{R} \left\{ \frac{\partial M}{\partial \varphi} + \frac{\partial (N \sin \theta)}{\partial \theta} \right\} \right] d\theta d\varphi dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \left[\frac{h\Phi'}{R} \frac{\partial M}{\partial \varphi} \right]_{-\pi}^{+\pi} d\theta dt - \iiint \left[\frac{M}{R} \frac{\partial (h\Phi')}{\partial \lambda} \right] d\theta d\varphi dt + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\pi}^{+\pi} \left[\frac{h\Phi'}{R} \frac{\partial (N \sin \theta)}{\partial \theta} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} d\varphi dt \\ &\quad - \iiint \left[\frac{N \sin \theta}{R} \frac{\partial (h\Phi')}{\partial \theta} \right] d\theta d\varphi dt = - \iiint \left[\frac{M}{R} \frac{\partial (h\Phi')}{\partial \varphi} + \frac{N \sin \theta}{R} \frac{\partial (h\Phi')}{\partial \theta} \right] d\theta d\varphi dt \end{aligned} \quad (A5)$$

よって

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{L}\mathbf{x}, \mathbf{x}' \rangle &= \iiint \left[\eta \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{ghM'}{R \sin \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{ghN'}{R} \right) \right\} + M \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\left(\frac{\rho_{avg}}{\rho_h} \right) \eta'}{R \sin \theta} \right) + N \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\left(\frac{\rho_{avg}}{\rho_h} \right) \eta'}{R \sin \theta} \right) - fNM' + fMN' \right] d\theta d\varphi dt \\ &\quad - I_3 - \iiint \left[\frac{M}{R} \frac{\partial (h\Phi')}{\partial \varphi} + \frac{N \sin \theta}{R} \frac{\partial (h\Phi')}{\partial \theta} \right] d\theta d\varphi dt \end{aligned} \quad (A6)$$

ここで I_3 は以下である.

$$I_3 = \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \left[\frac{h}{3R \sin \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{hM'}{R \sin \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{hN'}{R} \right) \right\} \left\{ \frac{\partial^2 M}{\partial t \partial \varphi} + \frac{\partial^2 (N \sin \theta)}{\partial t \partial \theta} \right\} \right]_{-\infty}^{+\infty} d\theta d\varphi. \quad (A7)$$

$\mathbf{x}$ を波源関数, $\mathbf{x}'$ を観測関数とする. 両者の間に時空間的な重なりがない場合 (遠距離観測の場合など), I_3 は消滅し, 次の関係が成り立つ.

$$\langle \mathcal{L}\mathbf{x}, \mathbf{x}' \rangle = \iiint \left(\frac{\eta}{M} \right)^T \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{ghM'}{R \sin \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{ghN'}{R} \right) \\ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\left(\frac{\rho_{avg}}{\rho_h} \right) \eta'}{R \sin \theta} \right) - \frac{1}{R} \frac{\partial (h\Phi')}{\partial \varphi} + fN' \\ \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\left(\frac{\rho_{avg}}{\rho_h} \right) \eta'}{R \sin \theta} \right) - \frac{\sin \theta}{R} \frac{\partial (h\Phi')}{\partial \theta} - fM' \end{pmatrix} d\theta d\varphi dt \quad (A8)$$

水深変動の水平スケールが分散項に影響する波長よりもはるかに長い場合, 以下に示すライブニッツ則の右辺では, 水深の空間微分に関する項を無視することができる.

$$\frac{\partial (h\Phi')}{\partial \varphi} = h \frac{\partial \Phi'}{\partial \varphi} + \Phi' \frac{\partial h}{\partial \varphi} \quad (A9)$$

これは式(2)と(3)の導出に用いられた仮定と同じである (Saito, 2019の式(6.78)参照). すると, 以下の関係が導かれる.

$$\langle \mathcal{L}\mathbf{x}, \mathbf{x}' \rangle = \iiint \left(\frac{\eta}{M} \right)^T \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{ghM'}{R \sin \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{ghN'}{R} \right) \\ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\left(\frac{\rho_{avg}}{\rho_h} \right) \eta'}{R \sin \theta} \right) - \frac{h}{R} \frac{\partial \Phi'}{\partial \varphi} + fN' \\ \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\left(\frac{\rho_{avg}}{\rho_h} \right) \eta'}{R \sin \theta} \right) - \frac{h \sin \theta}{R} \frac{\partial \Phi'}{\partial \theta} - fM' \end{pmatrix} d\theta d\varphi dt \quad (A10)$$

したがって, 次の偏微分方程式に対応する線形演算子を $\mathcal{L}^\dagger$ とすると, $\langle \mathcal{L}\mathbf{x}, \mathbf{x}' \rangle = \langle \mathbf{x}, \mathcal{L}^\dagger \mathbf{x}' \rangle$ が成り立つので, これらは式(5)-(7)に対応したアジョイント方程式であるといえる.

$$\frac{\partial \eta'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{ghM'}{R \sin \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{ghN'}{R} \right) \quad (A11)$$

$$\frac{\partial M'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\left(\frac{\rho_{avg}}{\rho_h} \right) \eta'}{R \sin \theta} \right) - \frac{h}{R} \frac{\partial \Phi'}{\partial \varphi} + fN' \quad (A12)$$

$$\frac{\partial N'}{\partial t} = \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\left(\frac{\rho_{avg}}{\rho_h} \right) \eta'}{R \sin \theta} \right) - \frac{h \sin \theta}{R} \frac{\partial \Phi'}{\partial \theta} - fM' \quad (A13)$$

$$\Phi' = \frac{1}{3R \sin \theta} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial t \partial \varphi} \left(\frac{hM'}{\sin \theta} \right) + \frac{\partial^2 (hN')}{\partial t \partial \theta} \right\} \quad (A14)$$

付録B 数値モデル

数値津波シミュレーションには, Goto et al. (1997) に従い, 球面座標系のスタaggerド格子を用いる. 水深, 水位, 重力加速度はセル中心, 東向きの線流量はセルの東側境界中心, 南向きの線流量はセルの南側境界中心で定義する. 水位と線流量は時間ステップの半分ずれた時点で定義し, 時間積分をリープフロッグ法で行う. リープフロッグ法の1ステップの時間積分に対応する差分方程式を以下に示す. 以下の式において, 上付き添え字は積分時間ステップ Δt を単位とする時間を示す. また, アスタリスクは, 時間ステップを進めるために使用される暫定値であることを表す. 添え字が2つ並んでいる場合, 1つ目と2つ目の値はそれぞれ東方向と南方向の座標を表し, 各方向のグリッド間隔を単位とする. 添え字が1つの場合は, 南方向の座標をグリッド間隔単位で示す. 最初の暫定的な線流量 M^* と N^* は, 運動方程式の右辺の第1項を用いて計算される.

$$M_{\frac{1}{2},0}^* = M_{\frac{1}{2},0}^0 - \frac{g_{1,0} h_{\frac{1}{2},0}}{R \sin \theta_0} \frac{\eta_{1,0}^{\frac{1}{2}} - \eta_{0,0}^{\frac{1}{2}}}{\Delta \varphi} \Delta t \quad (\text{B1})$$

$$N_{0,\frac{1}{2}}^* = N_{0,\frac{1}{2}}^0 - \frac{g_{0,\frac{1}{2}} h_{0,\frac{1}{2}}}{R} \frac{\eta_{0,1}^{\frac{1}{2}} - \eta_{0,0}^{\frac{1}{2}}}{\Delta \theta} \Delta t \quad (\text{B2})$$

$$\begin{aligned} \Phi_{0,0}^{\frac{1}{2}} - \frac{h_{0,0}}{3R \sin \theta_0} \left[\frac{1}{R \sin \theta_0 \Delta \varphi} \left(h_{\frac{1}{2},0} \frac{\Phi_{1,0}^{\frac{1}{2}} - \Phi_{0,0}^{\frac{1}{2}}}{\Delta \varphi} - h_{-\frac{1}{2},0} \frac{\Phi_{0,0}^{\frac{1}{2}} - \Phi_{-1,0}^{\frac{1}{2}}}{\Delta \varphi} \right) + \frac{1}{R \Delta \theta} \left(h_{0,\frac{1}{2}} \sin \theta_{\frac{1}{2}} \frac{\Phi_{0,1}^{\frac{1}{2}} - \Phi_{0,0}^{\frac{1}{2}}}{\Delta \theta} - h_{0,-\frac{1}{2}} \sin \theta_{-\frac{1}{2}} \frac{\Phi_{0,0}^{\frac{1}{2}} - \Phi_{0,-1}^{\frac{1}{2}}}{\Delta \theta} \right) \right] = \\ - \frac{h_{0,0}}{3R \sin \theta_0} \left[\frac{1}{R \sin \theta_0 \Delta \varphi} \left(g_{\frac{1}{2},0} h_{\frac{1}{2},0} \frac{\eta_{1,0}^{\frac{1}{2}} - \eta_{0,0}^{\frac{1}{2}}}{\Delta \varphi} - g_{-\frac{1}{2},0} h_{-\frac{1}{2},0} \frac{\eta_{0,0}^{\frac{1}{2}} - \eta_{-1,0}^{\frac{1}{2}}}{\Delta \varphi} \right) + \frac{1}{R \Delta \theta} \left(g_{0,\frac{1}{2}} h_{0,\frac{1}{2}} \sin \theta_{\frac{1}{2}} \frac{\eta_{0,1}^{\frac{1}{2}} - \eta_{0,0}^{\frac{1}{2}}}{\Delta \theta} - g_{0,-\frac{1}{2}} h_{0,-\frac{1}{2}} \sin \theta_{-\frac{1}{2}} \frac{\eta_{0,0}^{\frac{1}{2}} - \eta_{0,-1}^{\frac{1}{2}}}{\Delta \theta} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{B7})$$

ここで上式の右辺は既知であり, 左辺には $\Phi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}$ の未知数が5つある. これらの値は, 計算格子数分の連立方程式を解くことで得られる. 連立方程式は反復法によって数値的に解かれるが, これは時間積分の中で最も計算量の多い部分である. ここでは, PETScライブラリ (Balay et al., 1997, 2022) とHYPREライブラリ (Falgout & Yang, 2002) のマルチグリッド法による前処理を用いた共役勾配法を用いて計算を行う. 次のステップの線流量は $\Phi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}$ を用いて以下のように評価できる.

$$M_{\frac{1}{2},0}^1 = M_{\frac{1}{2},0}^{**} + \frac{h_{\frac{1}{2},0}}{R \sin \theta_0} \frac{\Phi_{1,0}^{\frac{1}{2}} - \Phi_{0,0}^{\frac{1}{2}}}{\Delta \varphi} \Delta t \quad (\text{B8})$$

重力加速度はSomiglianaの公式 (Heiskanen et al., 1967) で与えられる.

$$g(\theta) = g_e \left[\frac{1 + k \cos^2 \theta}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \theta}} \right] \quad (\text{B3})$$

$$e^2 = 1 - \left(\frac{b}{a} \right)^2, \quad k = \frac{b g_p - a g_e}{a g_e} \quad (\text{B4})$$

ここで, g_e と g_p は, 赤道と極点における重力加速度を表す. 緯度ではなく, 余緯度を使用していることに注意. ここでは世界測地系1984 (WGS84) の楕円体パラメータ ($a = 6378137 \text{ (m)}$, $b = 6356752.3142 \text{ (m)}$, $g_e = 9.7803253359 \text{ (m/s}^2\text{)}$, $g_p = 9.8321849378 \text{ (m/s}^2\text{)}$) を使用する.

第2の暫定値 M^{**} と N^{**} は, コリオリ力を表す運動方程式の右辺の第3項を用いて計算される.

$$M_{\frac{1}{2},0}^{**} = M_{\frac{1}{2},0}^0 - \frac{f_0}{8} \left(N_{0,-\frac{1}{2}}^0 + N_{0,\frac{1}{2}}^0 + N_{1,-\frac{1}{2}}^0 + N_{1,\frac{1}{2}}^0 + N_{0,-\frac{1}{2}}^* + N_{0,\frac{1}{2}}^* + N_{1,-\frac{1}{2}}^* + N_{1,\frac{1}{2}}^* \right) \Delta t \quad (\text{B5})$$

$$N_{0,\frac{1}{2}}^{**} = N_{0,\frac{1}{2}}^0 + \frac{f_1}{8} \left(M_{-\frac{1}{2},0}^0 + M_{\frac{1}{2},0}^0 + M_{-\frac{1}{2},1}^0 + M_{\frac{1}{2},1}^0 + M_{-\frac{1}{2},0}^* + M_{\frac{1}{2},0}^* + M_{-\frac{1}{2},1}^* + M_{\frac{1}{2},1}^* \right) \Delta t \quad (\text{B6})$$

$\Phi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}$ は次の差分化されたポアソン方程式を解くことで得られる.

$$N_{0,\frac{1}{2}}^1 = N_{0,\frac{1}{2}}^{**} + \frac{h_{0,\frac{1}{2}}}{R} \frac{\Phi_{0,1}^{\frac{1}{2}} - \Phi_{0,0}^{\frac{1}{2}}}{\Delta \theta} \Delta t \quad (\text{B9})$$

次に, 海水の密度成層の影響を考慮した連続方程式により, 水位の時間変化 $\Delta \eta$ が得られる.

$$\begin{aligned} \Delta \eta_{0,0} = & \left(\frac{M_{\frac{1}{2},0}^1 - M_{-\frac{1}{2},0}^1}{R \sin \theta_0 \Delta \varphi} + \frac{\sin \theta_0}{R \Delta \theta} \left(\frac{N_{0,\frac{1}{2}}^1}{\sin \theta_{\frac{1}{2}}} - \frac{N_{0,-\frac{1}{2}}^1}{\sin \theta_{-\frac{1}{2}}} \right) \right) \\ & \times \left(1 - \frac{g_{0,0} h_{0,0}}{2 v_p^2} \right) \Delta t \end{aligned} \quad (\text{B10})$$

Allgeyer & Cummins (2014) と Baba et al. (2017) に倣い、ジオイドに対する津波荷重による海底の鉛直変位は、以下の式で定義される暫定水位 η^* を用いて評価する。

$$\eta_{0,0}^* = \eta_{0,0}^{\frac{1}{2}} - \zeta_{0,0}^{\frac{1}{2}} + \Delta\eta_{0,0} \quad (\text{B11})$$

変位 ζ は、荷重変化と点荷重に対する変位のグリーン関数の畳み込みによって計算できる。この計算は球面畳み込み関数 S を用いて次のように表される。

$$\zeta^* = S(\eta^*) \quad (\text{B12})$$

グリーン関数は、角度距離 α の関数として次のように表される (Vinogradova et al., 2015)。

$$G(\alpha) = -\frac{R}{M_e} \sum_{n=0}^{\infty} (1 + k'_n - h'_n) P_n(\cos \alpha) \quad (\text{B13})$$

ここで、 M_e は地球の質量 (5.9736×10^{24} kg), P_n は n 番目のルジャンドル多項式, k'_n と h'_n は角度次数 n の荷重Love数で、その値はPagiatakis (1990) に表形式で提示されている。Vinogradova et al. (2015) は、Ray (1998) に従い、荷重変形係数を用いた直接畳み込み法を提示したが、ここでは数値的安定性のために、グリーン関数の球面調和係数の荷重変形係数 $\tilde{G}_{lm}$ は、点荷重が北極に作用する場合のグリーン関数 $G_{\lambda\theta}$ を離散的に定義し、それを球面調和関数変換 (SHT : Spherical Harmonic Transformation) することで求めた。このことは次のように表される。

$$\tilde{G}_{lm} = \text{SHT}(G_{\phi\theta}) \quad (\text{B14})$$

暫定水位 η^* に起因する海底に作用する荷重の変化は、以下のよう表される。

$$\ell = \rho_0 R^2 \eta^* \quad (\text{B15})$$

球面調和係数 $\tilde{\ell}_{lm}$ は、SHTによって求めることができる。

$$\tilde{\ell}_{lm} = \text{SHT}(\ell) \quad (\text{B16})$$

回転対称なグリーン関数と津波荷重 ℓ の等方的な畳み込みは次式のように計算することが出来る (Roddy & McEwen, 2021)。

$$\zeta^* = \text{ISHT} \left(\sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} \tilde{\ell}_{lm} \cdot \tilde{G}_{l0} \right) \quad (\text{B17})$$

ここでISHTは逆球面調和関数変換 (Inverse Spherical Harmonic Transformation) を表し、オーバーラインは共役

演算を表す。グリーン関数の球面調和係数の次数は、等方的畳み込みでは常にゼロであることに注意が必要である。高分解能格子に対してSHTとISHTを実行するのは計算負荷が大きいので、荷重効果は16分角 (~ 20 km) の粗い格子に対して計算し、得られた変形量を2分角や30秒角の格子に線形補間した。Watada et al. (2014) によると、周期が5分未満の短周期成分では、津波荷重に対する分散効果は無視できる。この周期は、水深4000mの海域では波長約60kmに相当する。したがって、比較的粗い解像度の格子でも津波荷重の影響をある程度正確性を保ちながら計算できると期待される。実際、事前により細かい格子の計算結果と比較し、荷重効果の計算を16分角格子に粗視化したことで津波波形に実質的な影響がないことを確認した。

次の時間ステップの水位は、 ζ^* を用いて陽的に求めることができる。

$$\eta_{0,0}^{\frac{3}{2}} = \eta_{0,0}^{\frac{1}{2}} - \zeta_{0,0}^{\frac{1}{2}} + \zeta_{0,0}^* + \Delta\eta_{0,0} \quad (\text{B18})$$

以上により、すべての変数を次の時間ステップの値に更新することができ、この手順を繰り返すことで、津波波動場の時間発展をシミュレーションすることができる。

離散化された線形微分方程式の時間発展が $\mathbf{x}^{t+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}^t$ のように表される場合、そのアジョイント演算は $\mathbf{x}^t = \mathbf{A}^T \mathbf{x}^{t+1}$ となる (Kalnay, 2003, Appendix B)。この関係を用いることで、フォワードモデルのアルゴリズムからアジョイントモデルのアルゴリズムを機械的に導き出すことができる。アジョイントモデルでは、変数の値は時間的に逆方向に更新され、更新順序はフォワードモデルと逆になることに注意が必要である。フォワードモデルでは、式(B1), (B2), ..., (B18)の順に変数の値が更新されるが、アジョイントモデルでは、これらの式に対応するアジョイント演算が逆の順序で適用される。

式(B18)のアジョイント演算は、以下のように変数の値を更新することに対応する。

$$\begin{aligned} \eta_{0,0}^{\frac{1}{2}} &= \eta_{0,0}^{\frac{1}{2}} + \eta_{0,0}^{\frac{3}{2}}, & \zeta_{0,0}^{\frac{1}{2}} &= \zeta_{0,0}^{\frac{1}{2}} - \eta_{0,0}^{\frac{3}{2}}, \\ \zeta_{0,0}^* &= \zeta_{0,0}^* + \eta_{0,0}^{\frac{3}{2}}, & \Delta\eta_{0,0} &= \Delta\eta_{0,0} + \eta_{0,0}^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \quad (\text{B19})$$

$$\eta_{0,0}^{\frac{3}{2}} = 0 \quad (\text{B20})$$

式(B12)のアジョイント演算は以下の通りとなる。

$$\eta^* = \eta^* + S^+(\zeta^*) = \eta^* + S(\zeta^*), \quad (\text{B21})$$

$$\zeta^* = 0 \quad (\text{B22})$$

式(B21)では S が等方的な球面畳み込みであることから自己アジョイントである (Kennedy et al., 2008) という関係を用いた。そして式(B11)のアジョイント演算は次のように表される。

$$\eta_{0,0}^{\frac{1}{2}} = \eta_{0,0}^{\frac{1}{2}} + \eta_{0,0}^*, \quad \zeta_{0,0}^{\frac{1}{2}} = \zeta_{0,0}^{\frac{1}{2}} - \eta_{0,0}^*, \quad (\text{B23})$$

$$\Delta\eta_{0,0} = \Delta\eta_{0,0} + \eta_{0,0}^*, \quad \eta_{0,0}^* = 0 \quad (\text{B24})$$

式(B10)のアジョイント演算は次のようになる。

$$M_{\frac{1}{2},0}^1 = M_{\frac{1}{2},0}^1 - \frac{1}{R \sin \theta_0 \Delta \varphi} \left[\left(1 - \frac{g_{1,0} h_{1,0}}{2v_p^2} \right) \Delta\eta_{1,0} - \left(1 - \frac{g_{0,0} h_{0,0}}{2v_p^2} \right) \Delta\eta_{0,0} \right] \Delta t, \quad (\text{B25})$$

$$N_{0,\frac{1}{2}}^1 = N_{0,\frac{1}{2}}^1 - \frac{1}{R \sin \theta_{\frac{1}{2}} \Delta \theta} \left[\left(1 - \frac{g_{0,1} h_{0,1}}{2v_p^2} \right) \sin \theta_1 \Delta\eta_{1,0} - \left(1 - \frac{g_{0,0} h_{0,0}}{2v_p^2} \right) \sin \theta_0 \Delta\eta_{0,0} \right] \Delta t \quad (\text{B26})$$

$$\Delta\eta_{0,0} = 0 \quad (\text{B27})$$

式(B8)と(B9)のアジョイント演算は次のようになる。

$$M_{\frac{1}{2},0}^{**} = M_{\frac{1}{2},0}^{**} + M_{\frac{1}{2},0}^1, \quad N_{0,\frac{1}{2}}^{**} = N_{0,\frac{1}{2}}^{**} + N_{0,\frac{1}{2}}^1 \quad (\text{B28})$$

$$\Phi_{0,0}^{\frac{1}{2}} = \Phi_{0,0}^{\frac{1}{2}} - \left[\frac{1}{R \sin \theta_0 \Delta \varphi} \left(h_{\frac{1}{2},0}^1 M_{\frac{1}{2},0}^1 - h_{-\frac{1}{2},0}^1 M_{-\frac{1}{2},0}^1 \right) + \frac{1}{R \Delta \theta} \left(h_{0,\frac{1}{2}}^1 N_{0,\frac{1}{2}}^1 - h_{0,-\frac{1}{2}}^1 N_{0,-\frac{1}{2}}^1 \right) \right] \Delta t \quad (\text{B29})$$

$$M_{\frac{1}{2},0}^1 = 0, \quad N_{0,\frac{1}{2}}^1 = 0 \quad (\text{B30})$$

式(B7)に対応するアジョイント演算は、以下の2つのステップで表すことができる。まず、式(B31)で定義される連立一次方程式を解いて b の値を求める。

$$b_{0,0} - \frac{1}{3(R \sin \theta_0 \Delta \varphi)^2} \left[\left(h_{1,0} h_{-\frac{1}{2},0} b_{1,0} - h_{0,0} h_{\frac{1}{2},0} b_{0,0} \right) - \left(h_{0,0} h_{-\frac{1}{2},0} b_{0,0} - h_{-1,0} h_{\frac{1}{2},0} b_{-1,0} \right) \right] - \frac{1}{3(R \Delta \theta)^2} \left[\left(\frac{h_{0,1} h_{0,-\frac{1}{2}} \sin \theta_{-\frac{1}{2}}}{\sin \theta_1} b_{0,1} - \frac{h_{0,0} h_{0,\frac{1}{2}} \sin \theta_{\frac{1}{2}}}{\sin \theta_0} b_{0,0} \right) - \left(\frac{h_{0,0} h_{0,-\frac{1}{2}} \sin \theta_{-\frac{1}{2}}}{\sin \theta_0} b_{0,0} - \frac{h_{0,-1} h_{0,\frac{1}{2}} \sin \theta_{\frac{1}{2}}}{\sin \theta_{-1}} b_{0,-1} \right) \right] = \Phi_{0,0}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{B31})$$

次に、得られた b を用いて以下のように値を更新する。

$$\Phi_{0,0}^{\frac{1}{2}} = 0 \quad (\text{B32})$$

$$\eta_{0,0}^{\frac{1}{2}} = \eta_{0,0}^{\frac{1}{2}} - (\alpha_+ + \alpha_- + \beta_+ + \beta_-) b_{0,0} + \alpha_+ b_{-1,0} + \alpha_- b_{1,0} + \beta_+ b_{0,-1} + \beta_- b_{0,1} \quad (\text{B33})$$

ここで

$$\alpha_{\pm} = - \frac{g_{\pm\frac{1}{2},0} h_{\pm\frac{1}{2},0} h_{0,0}}{3(R \sin \theta_0 \Delta \varphi)^2}, \quad \beta_{\pm} = - \frac{g_{\pm\frac{1}{2},0} h_{\pm\frac{1}{2},0} h_{0,0} \sin \theta_{\pm\frac{1}{2}}}{3(R \Delta \theta)^2 \sin \theta_0} \quad (\text{B34})$$

である。式(B5)と(B6)に対応するアジョイント演算は以下の通りである。

$$M_{\frac{1}{2},0}^0 = M_{\frac{1}{2},0}^0 + M_{\frac{1}{2},0}^{**} \quad (\text{B35})$$

$$+ \frac{f_{\frac{1}{2}}}{8} \left(N_{0,-\frac{1}{2}}^{**} + N_{0,\frac{1}{2}}^{**} + N_{1,-\frac{1}{2}}^{**} + N_{1,\frac{1}{2}}^{**} \right) \Delta t$$

$$M_{\frac{1}{2},0}^* = M_{\frac{1}{2},0}^* + \frac{f_{\frac{1}{2}}}{8} \left(N_{0,-\frac{1}{2}}^{**} + N_{0,\frac{1}{2}}^{**} + N_{1,-\frac{1}{2}}^{**} + N_{1,\frac{1}{2}}^{**} \right) \Delta t \quad (\text{B36})$$

$$N_{0,\frac{1}{2}}^0 = N_{0,\frac{1}{2}}^0 + N_{0,\frac{1}{2}}^{**} \quad (\text{B37})$$

$$- \frac{f_0}{8} \left(M_{-\frac{1}{2},0}^{**} + M_{\frac{1}{2},0}^{**} + M_{-\frac{1}{2},1}^{**} + M_{\frac{1}{2},1}^{**} \right) \Delta t$$

$$N_{0,\frac{1}{2}}^* = N_{0,\frac{1}{2}}^* - \frac{f_0}{8} \left(M_{-\frac{1}{2},0}^{**} + M_{\frac{1}{2},0}^{**} + M_{-\frac{1}{2},1}^{**} + M_{\frac{1}{2},1}^{**} \right) \Delta t \quad (\text{B38})$$

$$M_{\frac{1}{2},0}^{**} = 0, \quad N_{0,\frac{1}{2}}^{**} = 0 \quad (\text{B39})$$

そして、式(B1)と(B2)に対応するアジョイント演算は以下の通りとなる。

$$M_{\frac{1}{2},0}^0 = M_{\frac{1}{2},0}^0 + M_{\frac{1}{2},0}^* \quad (\text{B40})$$

$$N_{0,\frac{1}{2}}^0 = N_{0,\frac{1}{2}}^0 + N_{0,\frac{1}{2}}^* \quad (\text{B41})$$

$$\eta_{0,0}^{\frac{1}{2}} = \eta_{0,0}^{\frac{1}{2}}$$

$$+ \frac{\Delta t}{R \sin \theta_0 \Delta \varphi} \left(g_{\frac{1}{2},0}^1 h_{\frac{1}{2},0}^1 M_{\frac{1}{2},0}^* - g_{-\frac{1}{2},0}^1 h_{-\frac{1}{2},0}^1 M_{-\frac{1}{2},0}^* \right) \quad (\text{B42})$$

$$+ \frac{\Delta t}{R \Delta \theta} \left(g_{0,\frac{1}{2}}^1 h_{0,\frac{1}{2}}^1 N_{0,\frac{1}{2}}^* - g_{0,-\frac{1}{2}}^1 h_{0,-\frac{1}{2}}^1 N_{0,-\frac{1}{2}}^* \right)$$

$$M_{\frac{1}{2},0}^* = 0, \quad N_{0,\frac{1}{2}}^* = 0 \quad (\text{B43})$$

以上の一連の演算により、 $\eta_{\frac{3}{2}}^{\frac{1}{2}}$, M^1 , N^1 から $\eta_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}$, M^0 , N^0

を計算できる．これがフォワードモデルに対応するアジョイントモデルの時間積分のアルゴリズムである．

付録C 参考図

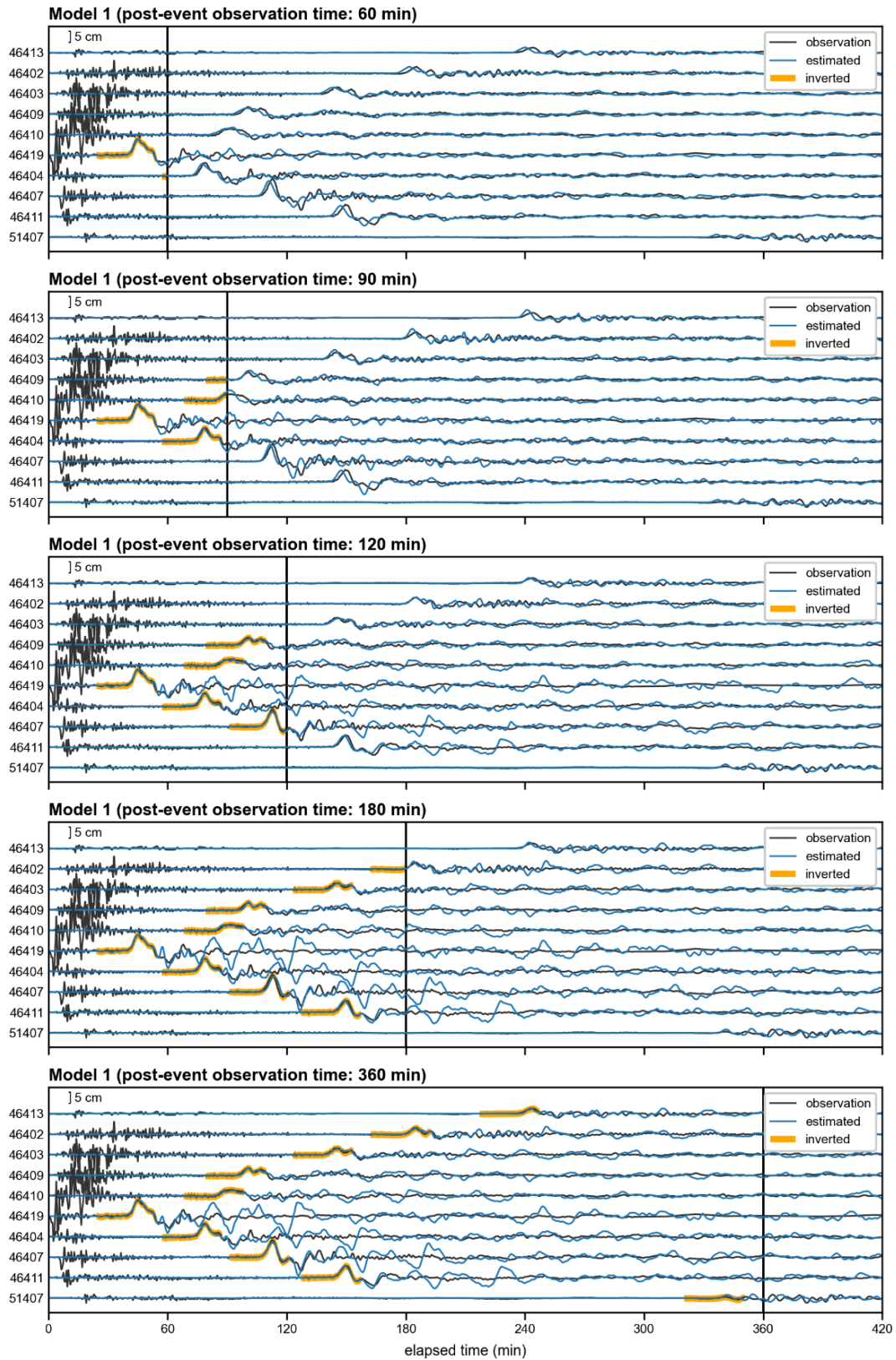


図-C1 様々なモデルと観測時間における推定波形と観測波形。インバージョンに用いた波形はオレンジの太線で示す。縦線は観測時間を示す。これは図-8 をモデル別、観測時間別に分けて絶対時間に対してプロットしたものである。なお、図は次の3ページに渡って続く。

図-C1 の続き

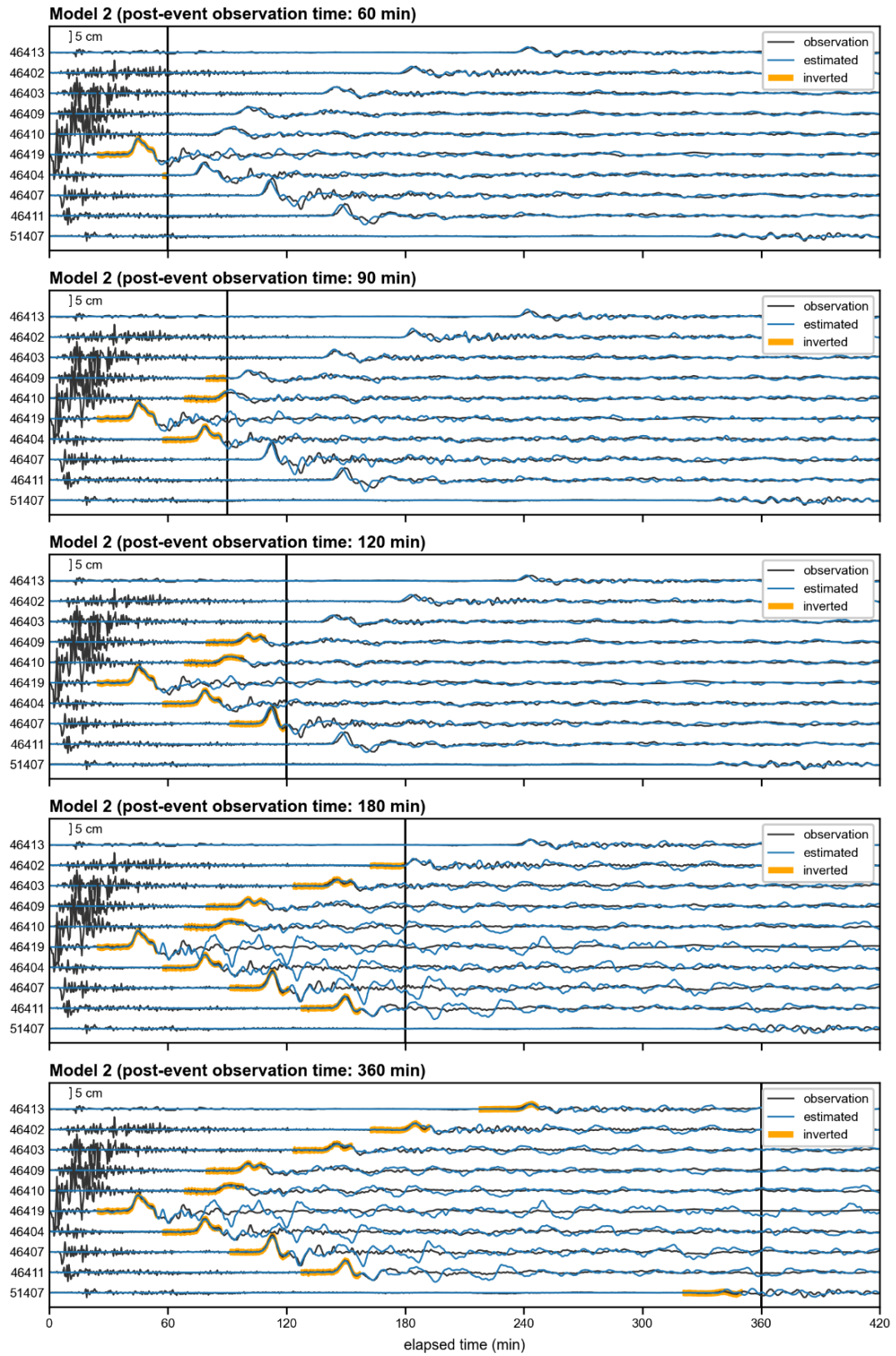


図-C1 の続き

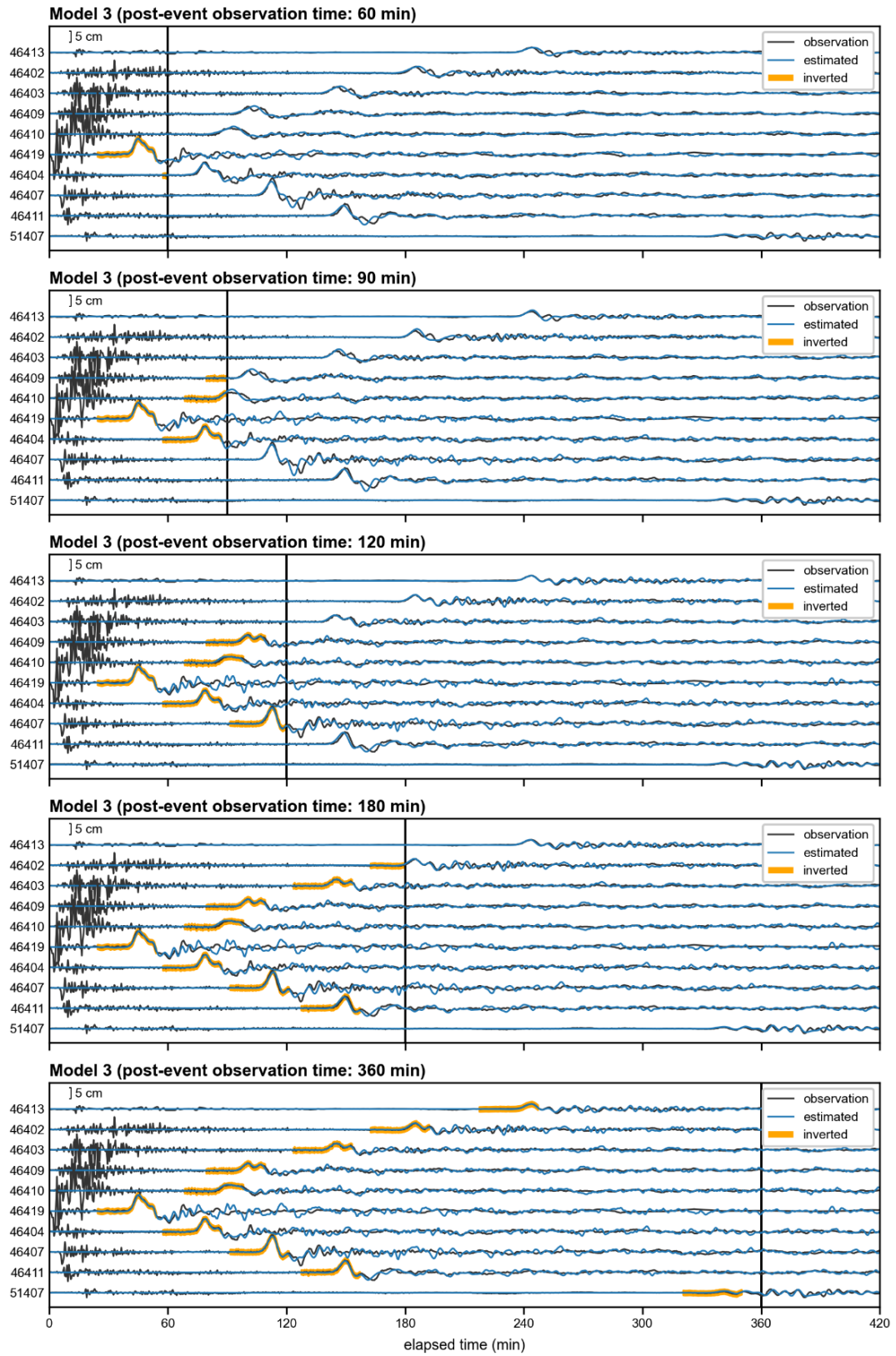
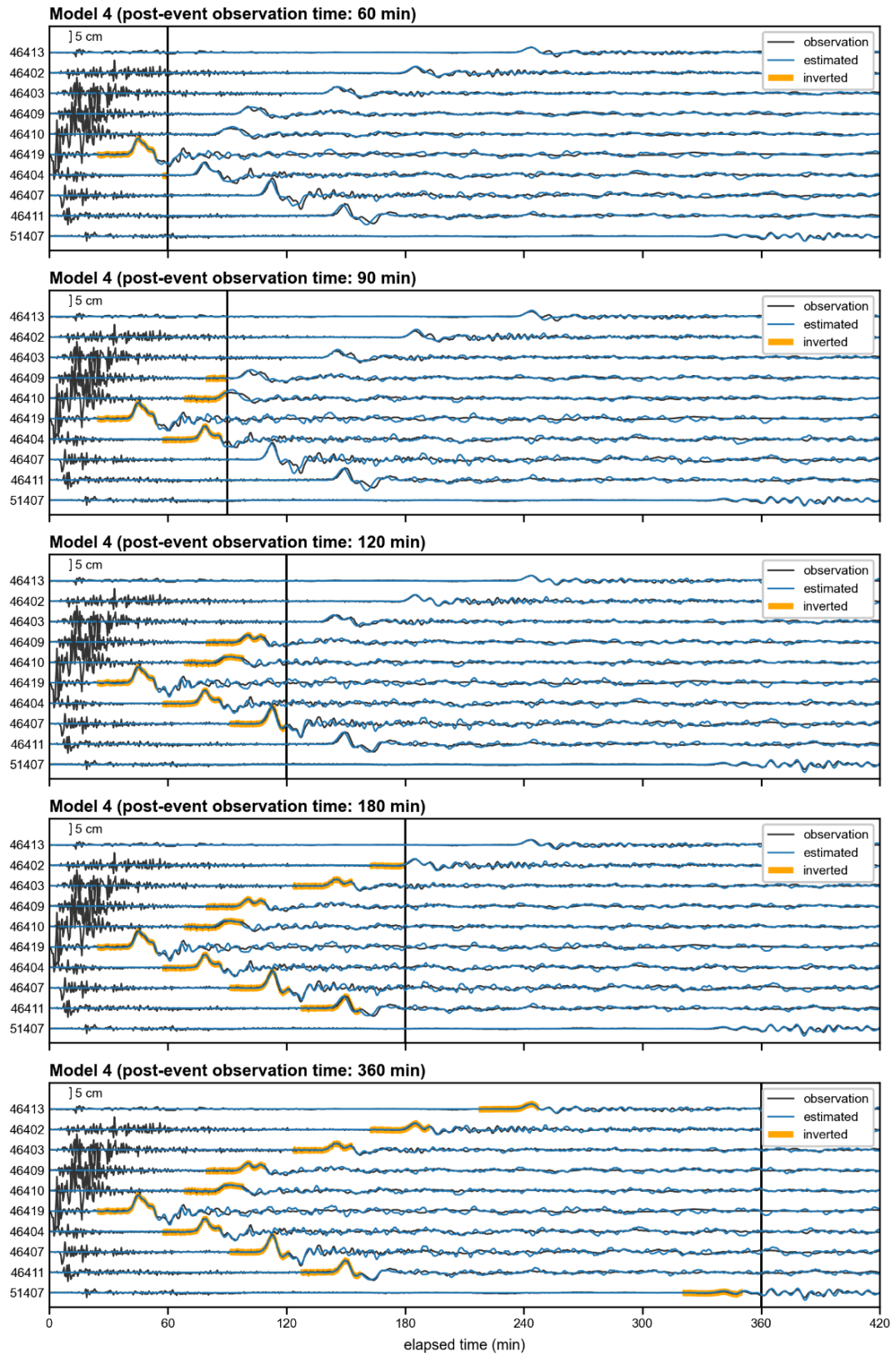


図-C1 の続き



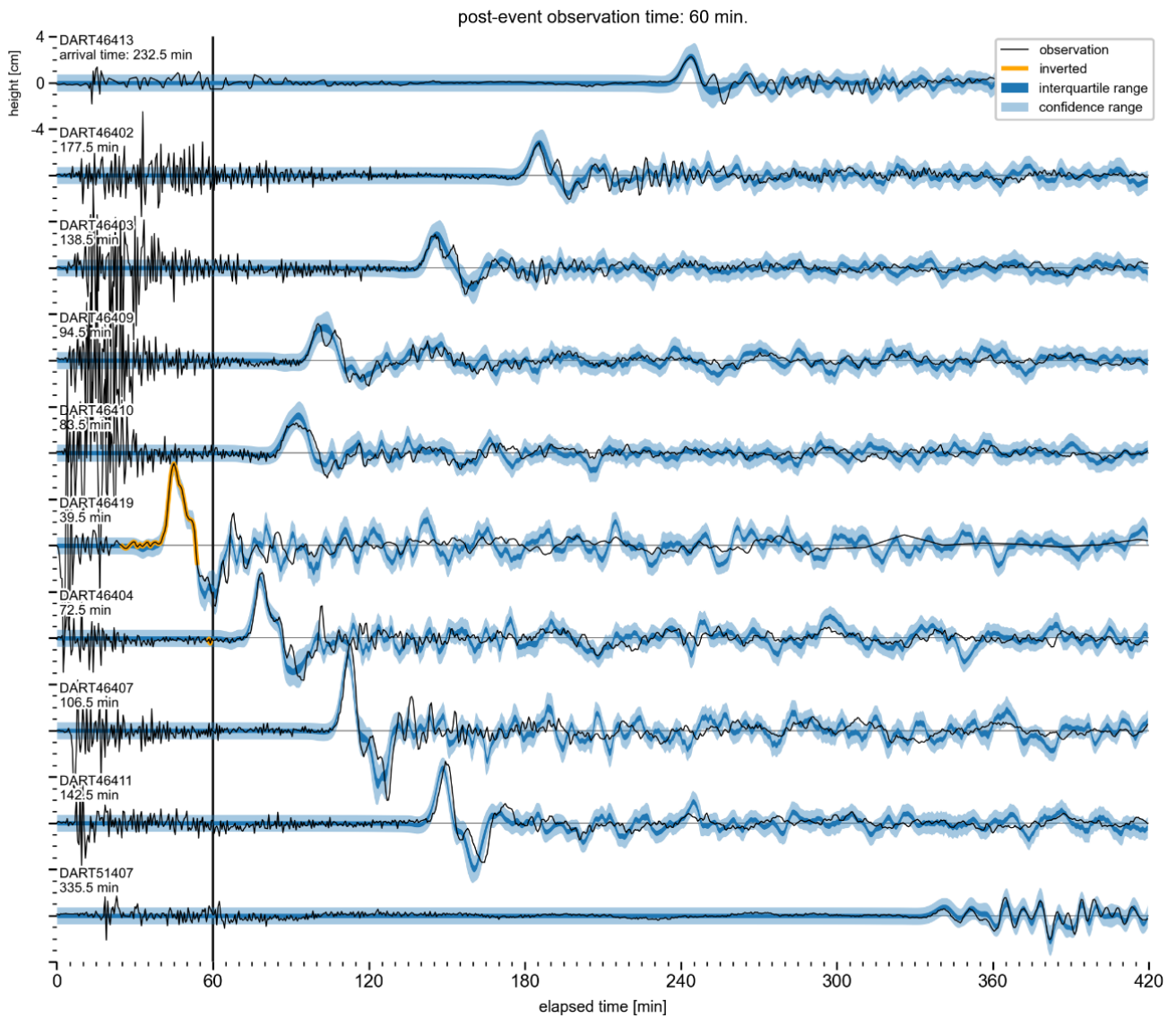


図-C2 モデル 4 を使用した様々な観測時間における推定波形と観測波形。不確実性は IQR に基づく信頼区間によって示されている。インバージョンに使用された波形区間はオレンジ色で示されている。縦線は観測時間を示す。これは図-9 を補完するものである。なお、図は次の 2 ページに渡って続く。

図-C2 の続き

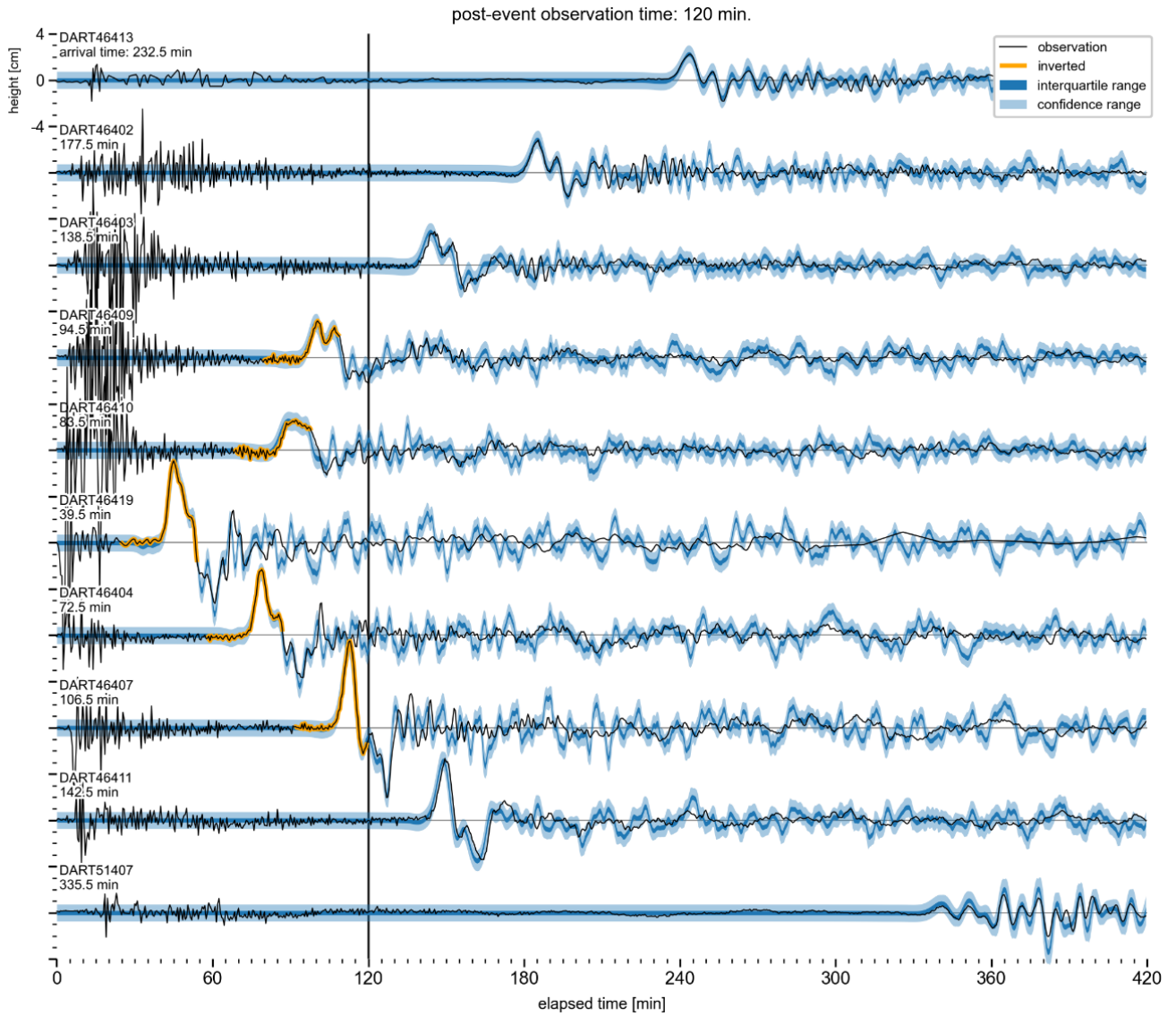
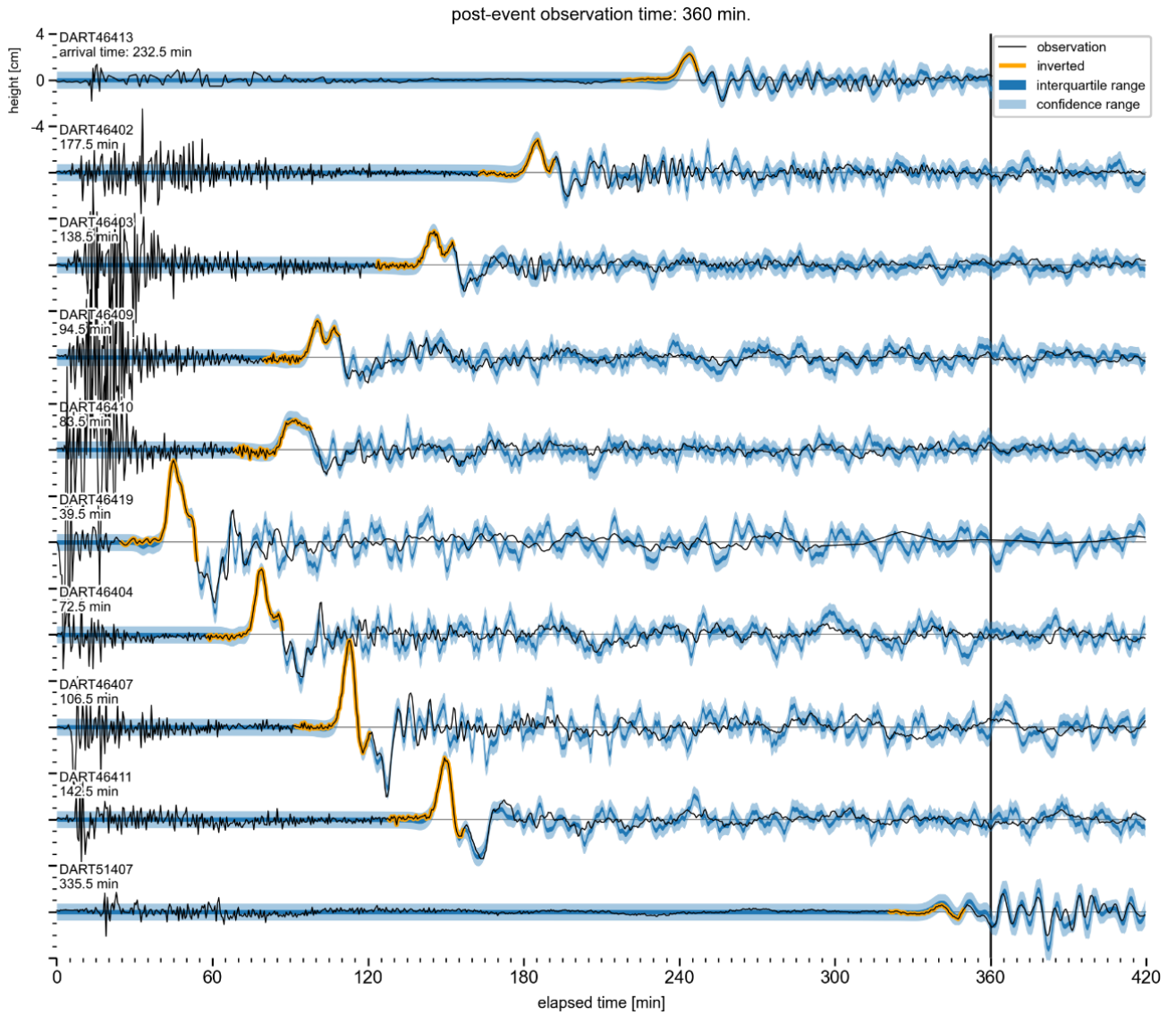


図-C2 の続き



付録D 最終モデルの断層パラメーター

緯度* [°]	経度* [°]	深さ* [km]	断層長 [km]	断層幅 [km]	すべり量 [m]	すべり角 [°]	走向 [°]	傾斜 [°]	T^{gen} [sec]
52.068620	-131.430477	12.49	15.873	9.640	3.20	103.6	322.1	21.0	43.5
52.019580	-131.534821	9.04	15.873	9.640	3.02	103.6	322.1	21.0	43.5
51.970446	-131.638938	5.59	15.873	9.640	1.22	103.6	322.1	21.0	43.5
51.921220	-131.742827	2.14	15.873	9.640	0.00	103.6	322.1	21.0	43.5
52.182049	-131.571009	12.49	15.873	9.640	4.38	103.6	322.1	21.0	43.5
52.132886	-131.675466	9.04	15.873	9.640	4.53	103.6	322.1	21.0	43.5
52.083630	-131.779693	5.59	15.873	9.640	2.24	103.6	322.1	21.0	43.5
52.034280	-131.883692	2.14	15.873	9.640	0.65	103.6	322.1	21.0	43.5
52.295311	-131.712256	12.49	15.873	9.640	3.80	103.6	322.1	21.0	43.5
52.246024	-131.816825	9.04	15.873	9.640	4.50	103.6	322.1	21.0	43.5
52.196644	-131.921162	5.59	15.873	9.640	2.57	103.6	322.1	21.0	43.5
52.147170	-132.025268	2.14	15.873	9.640	0.60	103.6	322.1	21.0	43.5
52.408402	-131.854224	12.49	15.873	9.640	3.12	103.6	322.1	21.0	43.5
52.358991	-131.958903	9.04	15.873	9.640	5.04	103.6	322.1	21.0	43.5
52.309486	-132.063348	5.59	15.873	9.640	5.25	103.6	322.1	21.0	43.5
52.259888	-132.167561	2.14	15.873	9.640	3.26	103.6	322.1	21.0	43.5
52.521322	-131.996920	12.49	15.873	9.640	2.56	103.6	322.1	21.0	43.5
52.471785	-132.101707	9.04	15.873	9.640	5.04	103.6	322.1	21.0	43.5
52.422155	-132.206259	5.59	15.873	9.640	6.14	103.6	322.1	21.0	43.5
52.372432	-132.310576	2.14	15.873	9.640	4.26	103.6	322.1	21.0	43.5
52.634067	-132.140348	12.49	15.873	9.640	1.67	103.6	322.1	21.0	43.5
52.584404	-132.245242	9.04	15.873	9.640	3.97	103.6	322.1	21.0	43.5
52.534648	-132.349899	5.59	15.873	9.640	5.25	103.6	322.1	21.0	43.5
52.484800	-132.454320	2.14	15.873	9.640	3.75	103.6	322.1	21.0	43.5
52.746636	-132.284514	12.49	15.873	9.640	1.03	103.6	322.1	21.0	43.5
52.696847	-132.389514	9.04	15.873	9.640	3.16	103.6	322.1	21.0	43.5
52.646964	-132.494275	5.59	15.873	9.640	4.64	103.6	322.1	21.0	43.5
52.596989	-132.598798	2.14	15.873	9.640	3.46	103.6	322.1	21.0	43.5
52.859027	-132.429425	12.49	15.873	9.640	0.52	103.6	322.1	21.0	43.5
52.809110	-132.534529	9.04	15.873	9.640	2.31	103.6	322.1	21.0	43.5
52.759100	-132.639393	5.59	15.873	9.640	3.21	103.6	322.1	21.0	43.5
52.708997	-132.744016	2.14	15.873	9.640	2.08	103.6	322.1	21.0	43.5

* 座標は小断層の左上端で定義