

## 海面ビデオ映像に基づく輝度周期の導入と波浪パラメータ推定

田村 仁<sup>1</sup>・細川 真也<sup>2</sup>・藤田 勇<sup>3</sup>・大倉 翔太<sup>4</sup>・本間 翔太<sup>5</sup>・川口 浩二<sup>6</sup>

### 要 旨

本稿は Coastal Engineering Journal に出版された論文「Extraction of ocean wave parameters from video images」の日本語訳版である。本研究では実務的な運用を目的として、沿岸域に設置された監視カメラ映像から波浪パラメータを推定する手法を提案する。カメラ映像は東京湾の観音崎・東京湾海上交通センターの展望室にカメラ機材をおよそ 4 カ月間設置してデータ取得を行い、現場波浪観測データ、および波浪モデルデータを用いて解析を行った。まず、得られた海面ビデオ映像の輝度値時系列から周波数領域における輝度スペクトルと輝度周期を定義して導入した。本研究の新規性は輝度周期を用いた波浪統計量推定手法の提案である。これは非常にシンプルな方法であるにも関わらず、輝度周期を用いることで有義波高や有義波周期といった波浪統計量を精度よく推定できることを確認した。波浪に伴い変動する海面輝度の代表周期には海面の局所的な勾配変動が内在されている可能性が高く、実際、カメラ映像から得られる輝度スペクトルと水位変動から得られる勾配スペクトルは類似性の高い形状を示すことが確認できた。

キーワード：輝度周期，波浪パラメータ，勾配スペクトル，監視カメラ

- 
- 1 海洋利用研究領域 上席研究官
  - 2 海洋環境制御システム研究領域 海洋環境情報研究グループ長
  - 3 特別研究主幹
  - 4 海洋環境制御システム研究領域 海洋環境情報研究グループ 主任研究官
  - 5 インフラDX研究領域 ビッグデータ研究グループ 研究官
  - 6 海洋利用研究領域 海象情報研究グループ長
- 〒239-0826 横須賀市長瀬3-1-1 国立研究開発法人海上・港湾・航空技術研究所 港湾空港技術研究所  
電話：046-844-5048 Fax：046-842-5246 e-mail:htamura@p.mpati.go.jp

## Extraction of ocean wave parameters from video images

**Hitoshi TAMURA<sup>1</sup>**  
**Shinya HOSOKAWA<sup>2</sup>**  
**Isamu FUJITA<sup>3</sup>**  
**Shota OKURA<sup>4</sup>**  
**Shota HONMMA<sup>5</sup>**  
**Koji KAWAGUCHI<sup>6</sup>**

### Synopsis

In this study, we proposed a method for estimating windsea parameters from the images captured by the surveillance camera installed in coastal areas for practical use. Camera images were acquired in the observation room of the Tokyo Bay Marine Traffic Center at Cape Kannon in Tokyo Bay, Japan for approximately 4 months. Video images of the sea surface were analyzed using in-situ wave observations and wave model data. The brightness spectrum in the frequency domain and the brightness period were defined and introduced from the time series of brightness values in the obtained video images. The novelty of this study lies in the method proposed for estimating the wave parameters using the brightness period. Although this is a simple method, we confirmed that the wave parameters for windsea, such as the significant wave height and significant wave period, can be estimated with high accuracy using the brightness period. Furthermore, we confirmed that the brightness spectrum obtained from camera images and the slope spectrum of wind waves exhibited extremely similar shapes.

**Key Words:** Brightness period, ocean wave parameters, wave slope spectrum, surveillance cameras

---

1 Principal Researcher, Coastal and Ocean Development Department  
2 Head of Marine Environmental Information Group, Marine Environment Control System Department  
3 Senior Director for Research  
4 Senior researcher, Marine Environmental Information Group, Marine Environment Control System Department  
5 Researcher, Big data Technology Group, Infrastructure Digital Transformation Engineering Department  
6 Head of Marine Information Group, Coastal and Ocean Development Department  
3-1-1 Nagase, Yokosuka, 239-0826 Japan  
Phone: +81-46-844-5048 Fax: +81-46-842-5246 E-mail: htamura@p.mpat.go.jp

## 目 次

要 旨 .....	23
1. はじめに .....	26
2. 材料と方法 .....	26
2.1 ビデオ映像の取得 .....	26
2.2 ビデオ映像のプレ処理 .....	27
2.3 NOWPHASによる波浪観測 .....	28
2.4 WW3による波浪過去計算 .....	28
3. 結果 .....	29
3.1 輝度スペクトルおよび輝度周期の導入 .....	29
3.2 波浪条件：風波とうねりの区分 .....	30
3.3 波浪条件：有効吹送距離の影響 .....	32
4. 議論と考察 .....	34
4.1 輝度スペクトルと勾配スペクトルの関係 .....	34
4.2 風波の勾配スペクトル形状 .....	34
4.3 輝度スペクトルと輝度周期の再訪 .....	36
5. まとめと今後の課題 .....	37
謝辞 .....	37
参考文献 .....	37

## 1. はじめに

大航海時代に執筆されたコロンブスの書簡には、その航海の成功を左右した当時の気象・海象条件が克明に記されている。それは波浪観測の起源とも言えるものであり海面状態を目視で確認して描写することから始まった。近代における海洋波研究は Sverdrup and Munk (1947) が有義波の概念を導入することで始まったが、そこでは断片的に得られていた目視観測データが統合的に整理された。有義波で取り扱う個別波が波高の上位 1/3 である理由は、人間が目視観測で直感的に求める波高が比較的大きい波に重点を置く傾向があることに対応するためであった。

つまり波浪の目視観測は人間の目をセンサーとした一種の受動的なリモートセンシングである。現在では、可視光領域からマイクロ波まで電磁波の海面反射を、能動的または受動的に利用した海洋波のリモートセンシング技術が多岐にわたって開発されてきている。海面の Sun Glitter を利用することで海洋表面の粗度 (MSS) を計測した Cox and Munk (1954) による先駆的な研究は広く知られている。その後も可視光の海面散乱・反射を利用したステレオ画像撮影 (e.g., Banner et al. 1989, Benetazzo et al., 2006) や偏光カメラによる高波数スペクトル推定 (e.g., Zappa et al., Laxague et al.), 測位衛星のマイクロ波信号を利用した GNSS-R (e.g., Ruf et al. 2018), 衛星搭載合成開口レーダー (e.g., Hasselmann et al., 2013), そして船舶搭載 X-band レーダー (e.g., Borge et al., 2004, Lund et al., 2016) など多岐にわたる手法が開発されてきている。これらの波浪のリモートセンシング技術は、高波数領域における未知のスペクトル構造の発見や全球スケールでの波浪現象の解明など波浪研究の歴史的発展に大きな役割を担ってきた。

本研究では目視観測の延長線上にある観測手法として、カメラ映像から波浪統計量を推定する方法を提案する。カメラ映像を利用する最大の利点は、全ての機材が市販品として入手することができるため、低コストでシステム構築を行えることである。しかしながら一般的にカメラ映像から海面水位を直接計測することはできない。そのため可視光の海面反射を利用した解析では、まず得られた画像 (海面輝度) に対して 2 次元フーリエ変換を施し波数領域における画像スペクトルを得る。そして完全に均一な気象条件や理想的な太陽光の幾何学特性を仮定した上で、理論的もしくは半経験的に導出された伝達関数を用いて画像スペクトルから水位スペクトルを得るのが一般的である (例えば, Stilwell 1969)。これらの洗練

された解析手法によって海表面の短波重力波スペクトル構造の理解が進んでいる (例えば Yurovskaya et al., 2013)。一方で、これらの方法は前提とする気象条件や解析領域のわずかなノイズ (Sun Glitter や白波・気泡など) によって適用範囲が制約される。そのため解析対象となる条件が非常に厳しく実務的な波浪観測には適さない。

本研究では実海域でのより実務的な運用を想定し、沿岸域に展開された監視カメラ映像から波浪統計量を定量的に推定する手法を提案する。放送や医療分野などでの高画素・高感度カメラの急速な普及に伴い、監視・防犯カメラ分野でも技術革新が進んでいる。監視カメラを沿岸災害の防災・減災に役立てるためには、波浪現象をとらえるため位相分解が可能な高画素機であること、また暴風時の視界不良な状況でも撮影可能な高感度機であることが必要不可欠である。近年の CMOS センサーの革新的技術開発によりこれらの条件はクリアされつつあり (例えば, Yamaguchi et al 2010), 沿岸防災への利用可能性が急速に高まっている。本研究では、リアルタイム映像による沿岸災害モニタリングと同時に波浪統計量を定量的に推定する方法を開発することを目標としている。

本論文の構成は以下のとおりである。第 2 章では本研究での解析に用いるビデオ映像の取得方法と事前処理方法、NOWPHAS 波浪観測データ、第三世代波浪モデルによる波浪再現計算の方法を記述する。第 3 章ではこれらのデータ解析に基づいてビデオ映像から波浪統計量を推定する方法を提示する。具体的にはビデオ映像から得られる輝度周期を導入し、それと波浪統計量の相関性の高さを利用して推定するものである。第 4 章ではビデオ映像に反映される海面輝度が海面勾配を反映した物理量であることを議論して示す。最後に、第 5 章ではカメラ映像による波浪観測の可能性と今後の課題がまとめられる。

## 2. 材料と方法

### 2.1 ビデオ映像の取得

東京湾を囲む三浦半島の観音崎・東京湾海上交通センター (東経 139.7434 度, 北緯 35.2579 度) の展望室に機材を設置してビデオ撮影を行った (図-2.1)。東京湾海上交通センターは東京湾を航行する船舶に対して航行情報提供および航行管制の業務を行っている施設である (図-2.1b)。カメラは設置高さを海面高度 75.5m, 方位角を北北東 (北から 10 度時計回り), カメラ入射角を 7 度として固定した。カメラ画角内に設定する解析対象海域 (Region of Interest, ROI) を図-2.1c に示す。撮影機材には SONY 製の 4K ネットワークカメラ SNC-VB770 お

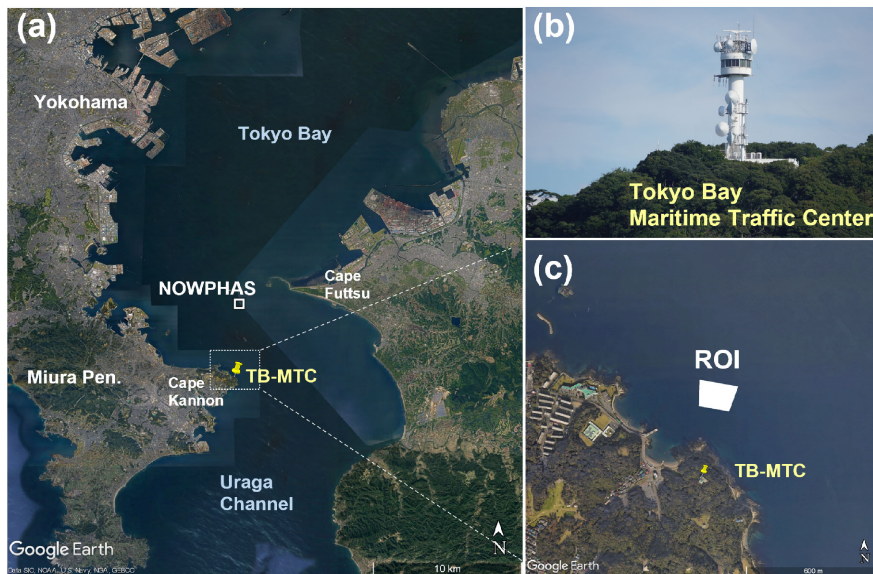


図-2.1 (a) 本研究での対象観測海域である東京湾の湾口部. 東京湾海上交通センターおよびNOWPHAS 波浪観測地点 (地点名: 第二海堡) は, それぞれ黄色ピンおよび白四角で示している. (b) 東京湾海上交通センター遠景. タワー上層の展望室 (海面高度は 75.5m) にカメラを設置した. (c) カメラ映像の画角内に設置した ROI に対応する海域. 東京湾海上交通センターから 300m 程度の沖合に ROI が設定.

よびレンズ SEL2470GM (焦点距離: 35mm) を用いた. SNC-VB770 は 35mm フルサイズ (12 メガピクセル) の CMOS センサーを搭載し, 最低被写体照度 0.004 lux を実現した高感度カメラである. SNC-VB770 からのリアルタイムストリーミングプロトコル (RTSP) で得られた映像信号は ffmpeg および Node.js でシステム構築したレコーダーで HDD に保存した.

動画データはコーデック: H264 (16 Mbps), ビデオ解像度: 3840x2160 ピクセル, フレームレート: 15fps である. 連続撮影されたデータを 1 ファイル 10 分間で区切って保存し解析に用いた. 1 つのファイルサイズは 0.4-1.3GB 程度とメディアエンコーダーの動画圧縮性能で幅がある. 本研究で解析対象とした動画は, 2021 年 9 月 9 日から 2021 年 12 月 31 日までの間で取得された, 0600JST から 1800JST までの時間帯の映像である. また動画はおおむね北向きに設置されたカメラから撮影されたものである. そのためカメラは海面からの後方散乱光を捉えており, Sun Glitter が映り込むことはほとんどないことを確認している.

## 2.2 ビデオ映像のプレ処理

得られた膨大なデータから最大限の情報を抽出し解析対象として取り扱うことは理想的ではあるが, それには相当な処理時間とデータストレージ等の計算機資源が必

要となる. ここでは得られた映像の中から適切な解析対象海域やデータ抽出条件の設定をすることで, 現実的な処理時間でデータ解析が進められるようにプレ処理を行った. なお以下のプレ処理は全て Python-OpenCV を用いて実施している.

まずチェスボードを用いたカメラ内部パラメータ行列の推定を事前に行い, 得られた映像のレンズひずみ補正を行う. 図-2.2a は歪み補正後の映像となるが四隅に多少の補正の効果が表れるが, 画像の中央部はほとんど補正の影響がなかった. 解析対象領域となる ROI の設定には任意性がある. ここではオリジナルの 4K 映像の範囲から岸寄り (画面下部) の中央部 1600x250 ピクセルとした (図-2.2a の白枠部分). これは ROI を沖合 (画面上部) に設定する場合と比較して, 1. ピクセル当たりの空間分解能が高く, 2. 東京湾を往来する多数の船舶によるノイズを避けることができ, さらに 3. 荒天時の視界不良による映像劣化をできるだけ回避することができる, といった理由による.

得られた映像は RGB から 8-bit グレースケール (256 階調) へ変換し, さらに 15fps から 3fps へダウンサンプリングして抽出した. それらを総数 3285 個の一次処理ファイルとして保存した. オリジナルの H264 圧縮動画ファイルから解析が可能なデータに変換するにはデコーディングが必要となる. そのため上記のような領域や fps

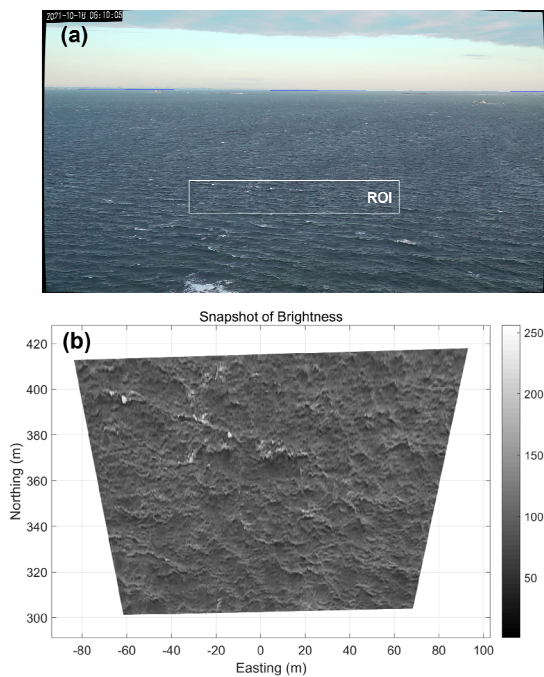


図-2.2 (a) 4 K カメラによるサンプル画像(歪み補正後). 白枠が本研究で解析対象とする ROI. (b) 上記のサンプル画像を Schwendeman and Thomson (2015)による水平補正とホモグラフィ変換により ROI を上空から眺めた俯瞰図へ変換したもの. カラーシェードは海面輝度で 8-bit グレースケール (256 階調) に対応.

のデータ総量の縮小操作を施しても 1 ファイルサイズは 700MB 程度となる. 図-2. 2b は Schwendeman and Thomson (2015)による水平補正とホモグラフィ変換により, ROI を上空から眺めた俯瞰図へ変換したものである. ROI は東京湾海上交通センターから沖合に 300m 程度, 空間スケールは東西方向に 150m, 南北方向に 100m 程度の海域に対応していることが確認できる(図-2. 1c に示した ROI に対応).

### 2.3 NOWPHASによる波浪観測

本研究ではビデオ映像から推定される波浪統計量を現地観測値と比較することで解析を進める. ここでは国土交通省によって維持管理される NOWPHAS (Nationwide Ocean Wave information network for Ports and HarbourS, 全国港湾海洋波浪情報網) の観測データを使用した. 対象とした観測地点は NOWPHAS 第二海堡(図-2. 1a, 緯度: 35.3036N, 経度: 139.7472E, 水深: 31.8m) である. 波浪データに関しては, 海底設置型の超音波波高計 (Sonic

Corporation USW-1000, 以下 USW) により海面水位の時系列変動がサンプリングレート 2Hz で連続的に計測されている. USW-1000 の電気信号の誤差は最大出力電圧に対して 1%以下である. 生データに品質管理を適用し非現実的な信号はスペクトル解析の前にフィルタリングした. 波浪統計量に関しては 20 分間の観測時間から算出されるものを 1 サンプル観測値としビデオ映像の取得された時刻と同期して取り扱った. 1 次元周波数波スペクトルに関しては 1Hz のナイキスト周波数までの高速フーリエ変換 (FFT) を用いて推定し, ノイズを除外するためのカットオフ周波数は 0.75Hz に設定した.

本研究では, カメラによるビデオ映像および超音波波高計による水位変動の 2 種類の観測データを取り扱う. しかしながら, それらは“理想的”な同一地点で取得されたものではないため得られたデータの解釈には注意が必要となる. 実際に図-2. 1a で示したようにビデオ映像の ROI と超音波波高計の NOWPHAS 位置には 5km 程度の距離がある. 境界条件の影響が小さな外洋域であれば, 吹送距離の差は得られる波浪統計量に対してそれほど大きなものとはならない. しかしながら本研究で対象とする東京湾内では複雑な海岸線とそれに対する風向に依存して, 2つの観測位置における有効吹送距離が全く異なる条件が存在する. これら有効吹送距離の違いによる波浪統計量への影響は 3. 3 節で詳細を確認する.

### 2.4 WW3による波浪過去計算

ビデオ映像内の解析対象領域とそれよりも空間スケールの大きな東京湾全域での波浪特性との関係をよりよく理解するために波浪モデルによる過去再現計算を行った. 波浪モデルには第三世代波浪モデルの一つである WAVEWATCH-III v3.14 (WW3, Tolman 2009) を用いた. WW3 による波浪計算には 4 つの領域 (それぞれ全球モデル, 日本近海モデル, 関東近海モデル, 東京湾モデル) を設定し, 1 方向ネスティング手法を用いて効率的に計算を行った. 空間解像度はそれぞれ 30' (~50km), 4' (~7km), 36" (~1km), 9" (~250m) である. 波浪モデルの主要な外力となる海上風速データには ECMWF Reanalysis v5 (ERA5) および Japan Meteorological Agency/Meso-Scale Model (JMA/MSM) の 2 つプロダクトを採用している. また水深データには NOAA/ETOPO1 および日本水路協会 M7001 を用いており, 海岸線に関してもそれらの値から海陸マスクを作成して推定している. 本研究でのデータ解析は全て東京湾モデルの結果に基づいている. 波浪モデル設定の詳細に関しては Tamura et al (2021)に記載されている.



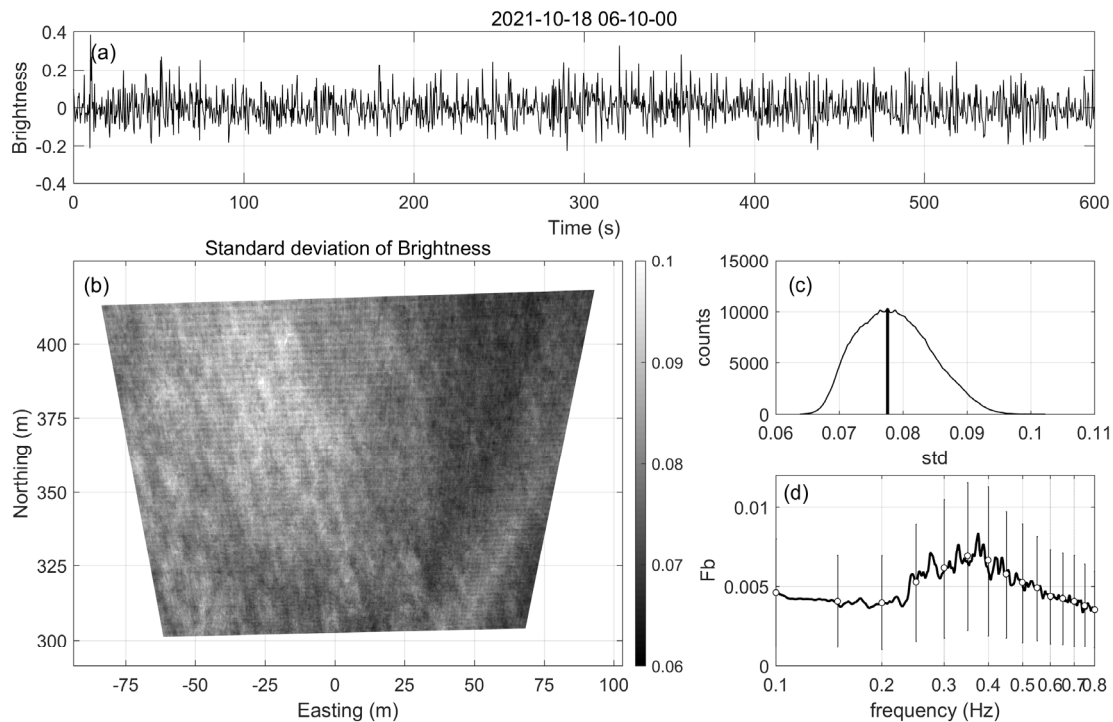


図-3.1 画像処理による輝度周期の推定方法。(a)ビデオ画像 1 ピクセルから得られる海面輝度の時間変動。輝度値はトレンド除去して解析に使用する。(b) ROI における海面輝度の標準偏差と(c)そのヒストグラム。縦線は中央値を示している。(d) 輝度値時系列から 1 次元 FFT を用いて得られる輝度スペクトル。ヒストグラムの中央値をアンサンブルメンバーとして抽出し、各メンバーのアンサンブル平均として輝度スペクトルを推定。縦バーは各周波数帯の分散を示している。輝度スペクトルのピーク周波数から輝度周期を定義して導入。

### 3. 結果

#### 3.1 輝度スペクトルおよび輝度周期の導入

ビデオカメラで撮影された海面輝度は、海洋波のみならず太陽光の入射角や雲量といった多くの自然要因、またカメラ自体の露出設定 (F 値, シャッタースピード, ISO 感度) に依存する。そのため海面輝度自体から波浪情報を抽出することに期待はできない。一方で、時々刻々変動する海面輝度の代表周期であれば、海面の局所的な勾配変動が内在されており、何らかの波浪特性に関連するパラメータを抽出できる可能性がある。ここでは得られたビデオカメラ映像から周波数領域における海面輝度スペクトル ( $F_b$ ) を算出し、そこから代表的な周期として輝度周期 ( $T_b$ ) を定義して導入する。

図-3.1 はその処理方法を具体的に説明するために、一例として 2021 年 10 月 18 日 0610JST のビデオ映像から得られた海面輝度を示したものである (図-2.2 で示した画像と同時刻の同一データ)。1 ピクセルの海面輝度 (8bit

グレースケール) は 0 から 1 の実数へ変換し、さらにトレンド除去を行って 10 分間の時系列として取り扱う (図-3.1a)。設定した ROI 内 (図-2.2a) には  $1600 \times 250$  のピクセルが含まれるが、その中から適当なサンプル数を抽出してアンサンブル平均値を求める。いくつかの試行錯誤の結果、ノイズ除外も考慮して次の方法を適用した。まず、ROI 内の各ピクセルにおける輝度値の時系列から標準偏差を計算し (図-3.1b)、そこから一定数のビンで区分したヒストグラムを作成する (図-3.1c)。その中の中央値をアンサンブルメンバーとして抽出し、各メンバーの周波数スペクトルを 1 次元 FFT により計算する。この操作によって得られたアンサンブル平均された輝度スペクトルを 図-3.1d に示す。各メンバー間の分散は大きいものの、 $F_b$ からは 0.35Hz 周辺にピーク周波数 (輝度周波数:  $f_b$ ) を持つスペクトル特性が抽出できる。ここで輝度周期を  $T_b = 1/f_b$  として定義して導入する。本研究ではこの輝度周期  $T_b$  から波浪統計量 (有義波高  $H_s$ , 有義波周期) が推定可能であることを示す。

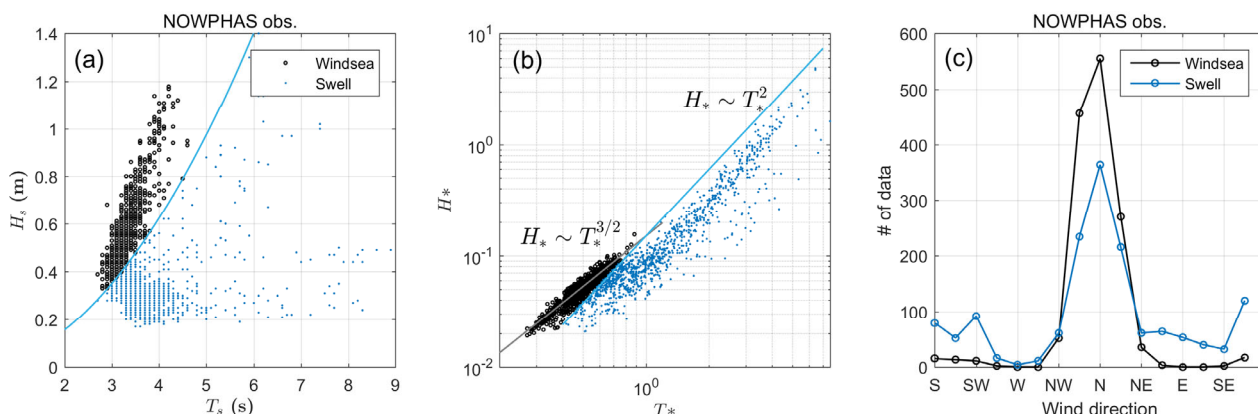


図-3.2 (a) NOWPHAS で得られた有義波周期と有義波高の散布図. 風波 (黒丸) とうねり (青点) は波形勾配を用いた基準により区分されている (青線). (b) 無次元化した有義波高と有義波周期の散布図. 灰色線は (Toba の 3/2 乗則) を示し, 青線はうねりに対応する点群 (Ebuchi et al., 1992) に対応. (c) NOWPHAS 波浪観測点における風向きのヒストグラム. (a)および(b)と同様に風波 (黒丸) とうねり (青点) に分けて表示.

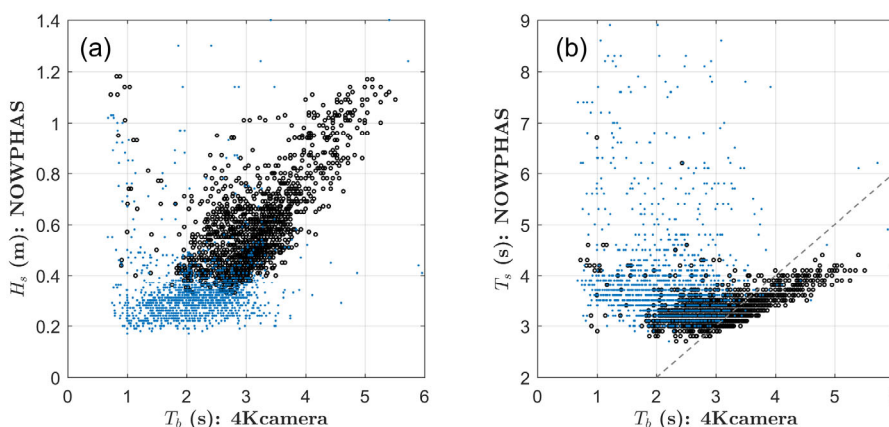


図-3.3 本研究で定義して導入した輝度周期と波浪統計量との相関性. (a) 有義波高, (b)有義波周期. 点線は 1 : 1 に対応. 風波 (黒丸) とうねり (青点) に分けて表示.

### 3.2 波浪条件：風波とうねりの区分

一般的に波浪は風波とうねりでその波浪特性が異なることから海象場の区分を行うことからデータ解析を始める. ここでは合田・鈴木 (1975) に従い波形勾配 (有義波高と波長の比) の基準を 0.025 と設定して風波とうねりの区分に使用した. 波形勾配による区分は海岸や沿岸周辺の波浪解析に良く用いられる方法である. 図-3.2a は NOWPHAS で得られた有義波周期 $T_s$ と有義波高 $H_s$ の散布図を示しているが, それらの間に高い相関がみられる点群とそうでない点群に明確に分かれている. しかもそれらは波形勾配を用いた基準により, 風波 (黒丸) とうねり (青点) で明瞭に分かれていることから, 合田・鈴木 (1975) の区分方法がうまく機能していることがわ

かる. 図-3.2b は同一の波浪観測データに対して, 有義波高と有義波周期を下記のように無次元化したパラメータの散布図を示している.

$$H_* = \frac{gH_s}{U^2} \tag{1}$$

$$T_* = \frac{gT_s}{2\pi U} \tag{2}$$

ここに $g$ は重力加速度,  $U$ は風速である. 風波に対応する点群は Toba (1973) によって示されたべき乗則 (Toba の 3/2 乗則:  $H_* \sim T_*^{3/2}$ ) に従う勾配で散布している. うねりに対応する点群も Ebuchi et al. (1992) によって示さ



れた模式図と同様に $H_* \sim T_*^2$ に沿って散布している。図-3.2bの横軸で用いた無次元周期 $T_*$ は波齢( $c_p/U$ ,ここに $c_p$ は波の位相速度)と同一の物理パラメータであり、一般に外洋域では1付近で風波とうねりが区分される(例えばDonelan et al., 1985)。実際に、波形勾配による風波とうねりの区分でも $T_* = 1$ 付近で遷移していることから整合的な結果が得られている。

本研究の解析でもう一つ重要な海象条件が有効吹送距離を決める風向きである。図-3.2cはNOWPHAS 波浪観測点における風向きのヒストグラムを、風波とうねりに分けてそれぞれ示している。解析対象となるデータサンプルを16方位に分割した場合、卓越する風波は北風条件での発生頻度が卓越し(39%),そこを中心に北西風(4%)から北東風(2%)まで分布している。南寄りの風波発生頻度は全体の4%程度にとどまる。うねりに関しても北風条件でのデータサンプルが卓越しているが、この場合は弱風で波高も高々0.4m程度にとどまる(図-3.2a)。

上記で導入した輝度周期はカメラ映像のみから算出できる非常にシンプルなパラメータである。それにもかかわらず輝度周期と波浪統計量との相関性が非常に高く、カメラ映像から波浪情報を抽出できる可能性が高い。図-3.3aは $T_b$ と $H_g$ の散布図を示しているが(黒丸が風波,青点がうねり),風波条件を満たす点群データ分布の収斂性が高いことが確認できる。続いて同一単位を有する $T_b$ と $T_g$ を比較する(図-3.3b)。風波に対する点群分布に着目すると、その分散は小さく線形近似が可能な収束性の

高さであることが確認できる。一方で、うねりに対する点群分布に着目すると、それらの相関性は非常に低いことがわかる。これは $T_b$ と $T_g$ は異なる統計量であることを意味している。後で示すように、輝度には海面勾配に関連する物理量が反映されており、波形勾配への寄与が小さいうねりとは関連が小さいためである。以上の結果を踏まえると、輝度周期 $T_b$ には風波に関連する波浪特性が含まれていることは明瞭である。その物理特性をより深く理解するために、これ以降は風波条件にデータを限定し解析を進める。

図-3.4は風波を対象として(a)有義波高と(b)有義波周期の時間変化を示しており、それぞれでカメラ画像からの推定値(黒丸),波浪モデルからの推定値(赤線),およびNOWPHASの観測値(青線)を比較している。ここではカメラによる有義波高と有義波周期は線形近似を用いて輝度周期 $T_b$ から推定されている(有義波高および周期に対する近似線は図-3.7bおよび図-3.7fに示した散布図のベストフィットから計算した)。なお時間データは風波条件を対象に抽出されているため横軸は連続ではなく各日ごとに区切られている。また表-3.1ではバイアス,相関係数,二乗平均平方根誤差の統計量の観点からカメラ画像と波浪モデルの推定精度を比較している。カメラ画像の統計量はすべての風向を対象とした結果と風向を北西方向に限定した場合(括弧内の値)について示している。有義波高に関してはカメラとモデルの2つの手法の推定結果はほぼ同等であることがわかる。一方で有義

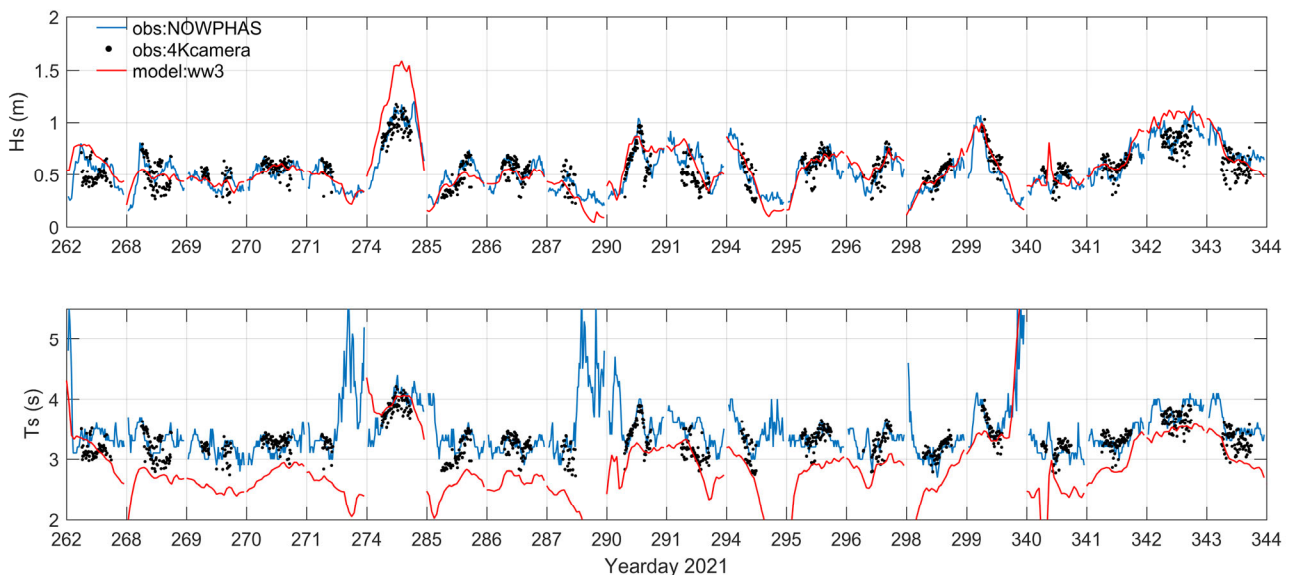


図-3.4 風波を対象とした(a)有義波高と(b)有義波周期の時間変化。カメラ画像からの推定値(黒丸),波浪モデルからの推定値(赤線),およびNOWPHASの観測値(青線)の比較。

表-3.1 カメラ画像と波浪モデルの推定精度比較

	Wave height		Wave period		
	4Kcamera	WW3		4Kcamera	WW3
Bias (m)	-0.025 (-0.014)	0.026	Bias (s)	-0.054 (-0.013)	-0.643
C.C.	0.758 (0.880)	0.876	C.C.	0.693 (0.866)	0.286
RMSE (m)	0.119 (0.100)	0.127	RMSE (s)	0.214 (0.171)	0.619

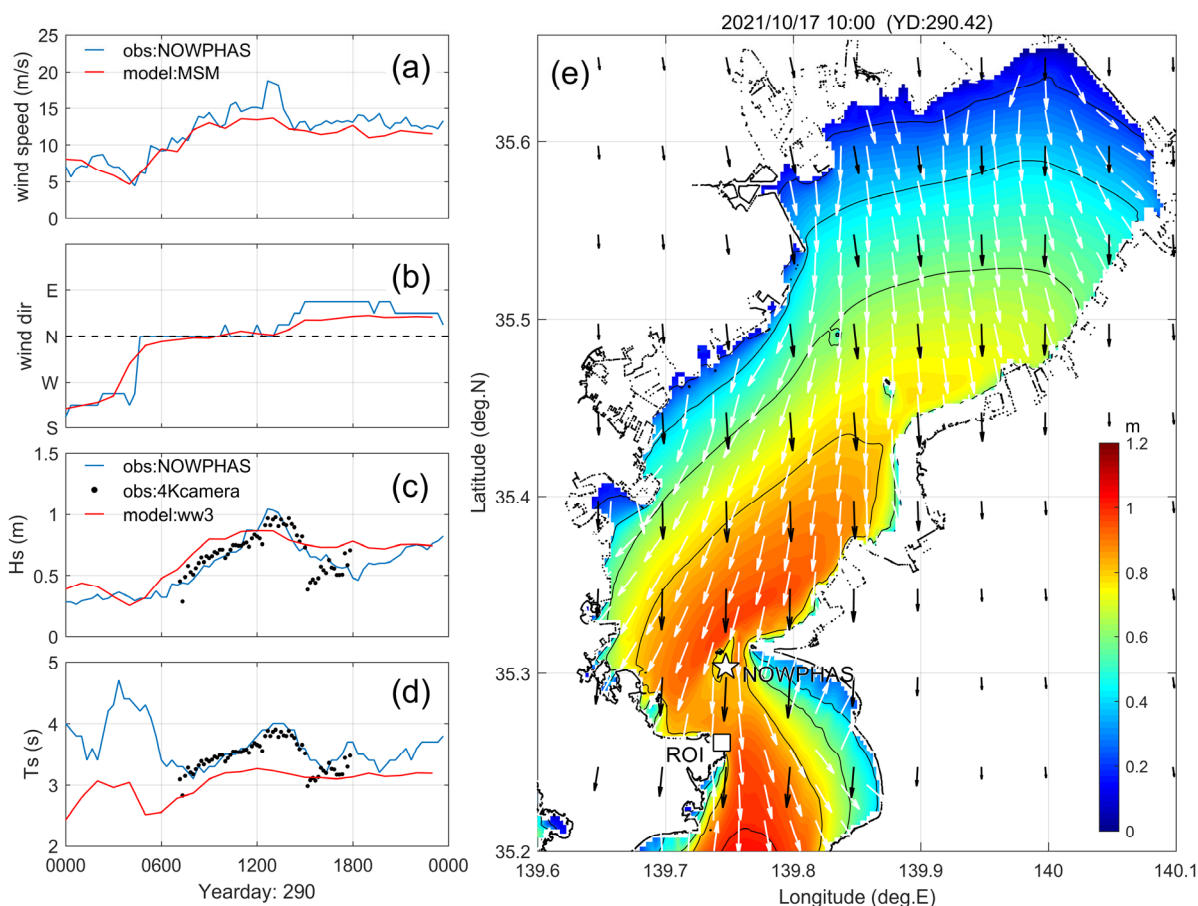


図-3.5 YearDay 290における(a)海上風速, (b)風向, (c)有義波高, (d)有義波周期の時系列の比較, および(e)波浪モデルによる再現計算結果のスナップショット. カメラ画像からの推定値の再現性が高い場合.

波周期の推定結果に関しては表-3.1 および図-3.4 から明らかなようにカメラ画像による推定結果が優れている. 今回のカメラ画像解析は風波のみを対象としているため一概に波浪モデルよりも優れているとは言えない. しかしながら沿岸域にカメラを設置するだけで波浪モデルと同等以上の波浪データが得られるのであれば非常に有用な観測手法となりえる.

### 3.3 波浪条件：有効吹送距離の影響

風波条件下での輝度周期と波浪統計量の相関性の高さ

は上記で示された通りである. ここでは風向に対してデータセットの選別を行いその品質をより高めることで, 輝度周期の特性とその有用性をより明確にする.

図-3.5 および図-3.6 はカメラ撮影期間中のそれぞれある1日間の(a)海上風速, (b)風向, (c)有義波高, (d)有義波周期の時系列を示している. YD290 では近似式を用いることで非常に精度の良い波浪統計量が得られることが確認できる (図-3.5). その精度は WW3 による過去再現計算よりも高く, 観測値をほぼパーフェクトに再現している. 一方で, YD291 では, 波浪外力の海上風には

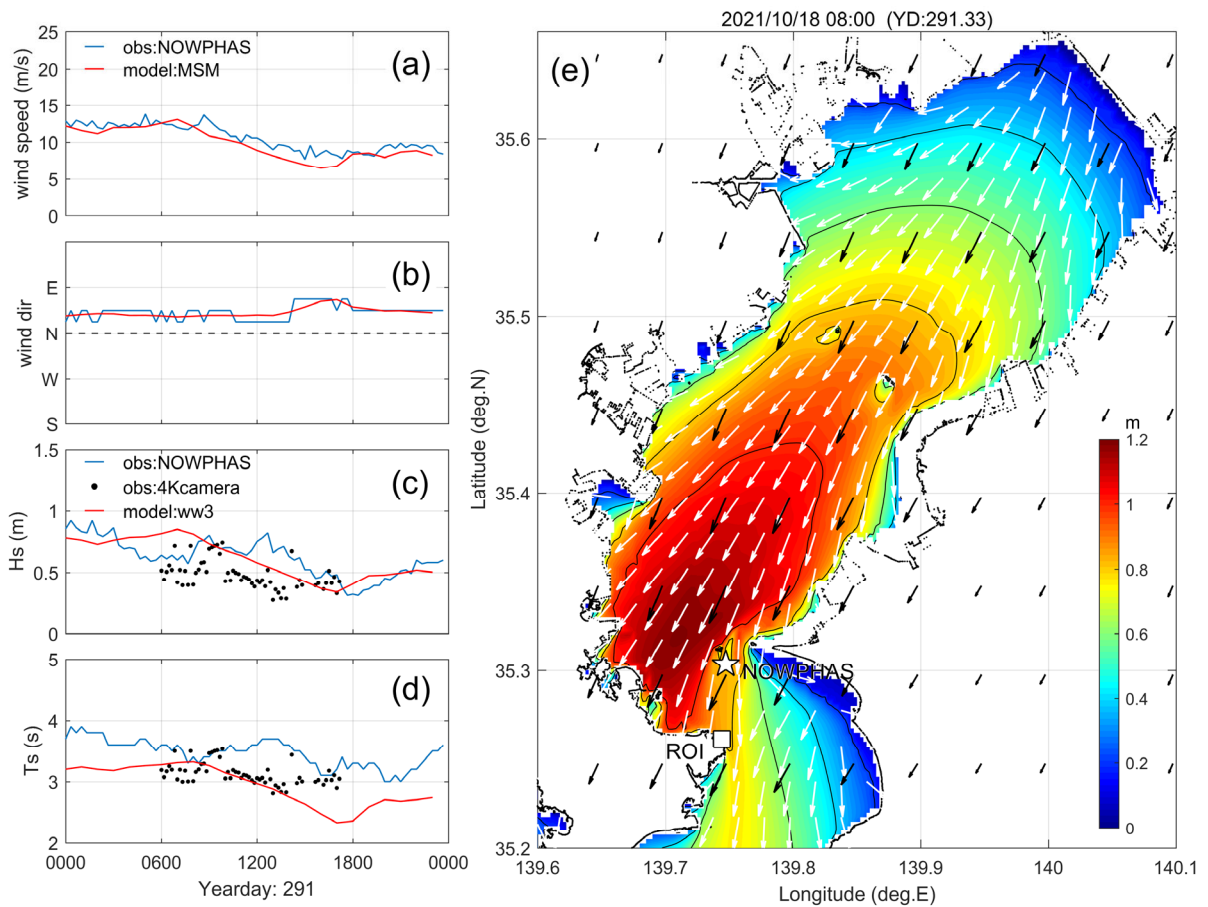


図-3.6 YearDay 291における(a)海上風速、(b)風向、(c)有義波高、(d)有義波周期の時系列の比較、および(e)波浪モデルによる再現計算結果のスナップショット。カメラ画像からの推定値の再現性が低い場合。

顕著な変化は確認できないものの、その再現性は低い結果となっている(図-3.6)。

ここでは図は示していないが、このような推定精度の齟齬は他の期間にも確認することができた。その理由は、有効吹送距離を規定する海岸線の遮蔽効果が微妙な風向きの違いによって顕在化するためである。このことは波浪モデルによる過去再現計算から海上風と海岸線からの波浪発達の関係を空間的に確認することで明らかとなる。

図-3.5eは推定値と観測値とが整合的な期間の波浪モデルによる再現計算の結果である。東京湾内ではおおむね北風が卓越している。この場合、ビデオカメラ設置海域(ROI)は現場波浪観測点(NOWPHAS)の5km程度風下に位置することとなる。吹送距離の違いにより波浪発達に多少の影響はあるものの、有義波高に顕著な違いは確認できず連続した同一地点とみなすことが可能である。

一方で、図-3.6eは推定値と観測値とが整合的でない期間の波浪モデルによる再現計算の結果を示している。この場合は北東風が卓越していることが確認でき、2地

点での有効吹送距離が劇的に異なる。つまり北東風に対しては超音波波高計の設置されたNOWPHAS位置では、東京湾の湾奥から続く有効吹送距離がおおよそ45kmに達する。それに対してカメラ映像のROIでは、富津岬の遮蔽の影響により有効吹送距離が高々5km程度と9倍の距離差となる。以上のことから、東京湾内の複雑な海岸線とそれに伴う有効吹送距離により観測地点間の違いがデータ品質に影響を及ぼすことが考えられる。

このような推定精度に対する風向の影響をより明確にするために、風向き別に輝度周期と有義波高および有義波周期の対応関係を調べた(図-3.7)。西風と東風の場合の散布図をそれぞれ比較すると、東風の場合はデータ分散が大きくなる傾向は顕著である。そのため最も分散が小さいNNW風向には観測地点間の違いによる有効吹送距離の影響が小さいと考えて、これらのデータをもとに輝度周期と波浪統計量の近似式を算出した。

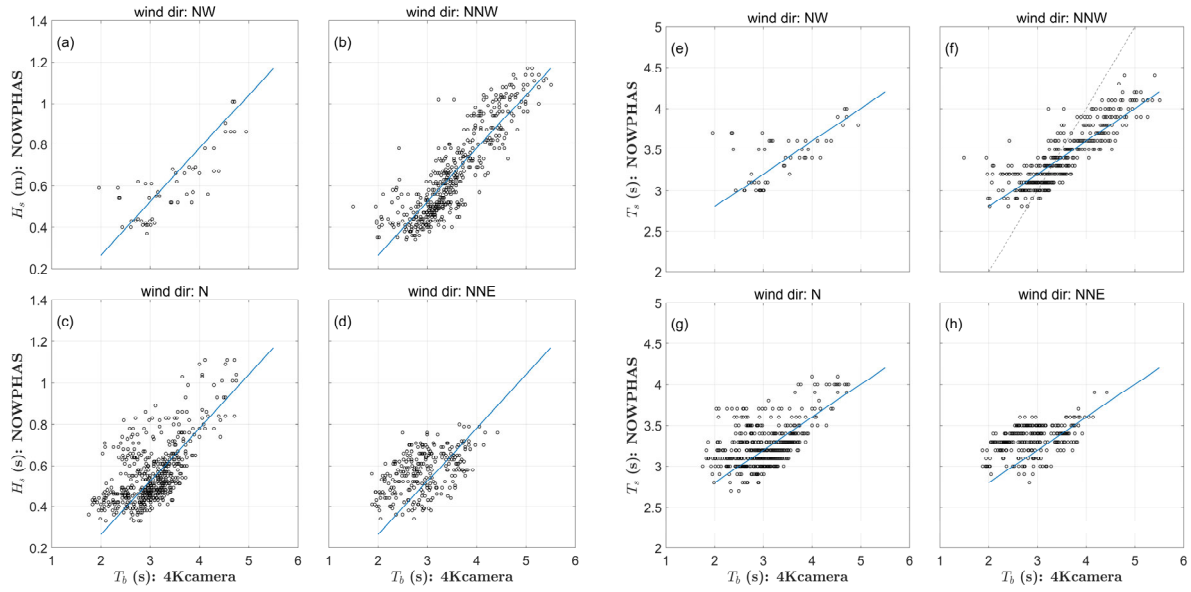


図-3.7 それぞれの風向き対応する輝度周期と(a)-(d) 有義波高, および(e)-(h) 有義波周期の散布図. 有義波高および有義波周期の近似式は北北西に対するデータ群から最小二乗法で推定した.

#### 4. 議論と考察

本研究では, まずビデオ映像の各ピクセルでの輝度値時系列データを用いて周波数領域における輝度スペクトル  $F_b$  を定義して導入した. そしてそこから得られる輝度周期  $T_b$  を用いることで有義波高や有義波周期といった波浪統計量を精度よく推定できることを示してきた. では, そもそも  $F_b$  や  $T_b$  は海洋波に関わるどういった物理量を反映しているのか? ここでは風波の勾配スペクトルに着目し, カメラ映像の海面輝度には局所的な波形勾配が反映されていることを論証して示す.

##### 4.1 輝度スペクトルと勾配スペクトルの関係

Kosnik and Dulov (2011) および Yurovskaya et al. (2013) はステレオカメラ映像と画像の輝度スペクトルを合わせて処理する手法を使用することで, 海表面の短波重力波スペクトルを取得することに成功している. これら研究の中では, Stilwell (1969) や Monald and Kasevich (1981) に従いカメラ映像の輝度が海面勾配と線形関係にある前提条件を用いて計測方法の理論構築を行っている. Stilwell (1969) はネガフィルムの輝度値から推定される画像スペクトルと法線角スペクトルの理論的な関係を導出し, そして法線角スペクトルが海面勾配スペクトルと一致することを示している. Kosnik and Dulov (2011) は

海面勾配が小さいとする仮定の下で, カメラ画像の輝度値が海面勾配を微小量とするべき級数で展開できるとして近似し, 輝度スペクトルと勾配スペクトルとを関連付けた. いずれの研究でもカメラ画像の空間的な輝度値から推定される波数領域における輝度スペクトル  $F_b(\mathbf{k})$  が海面の勾配スペクトル  $S(\mathbf{k})$  に関連する物理量であることを支持している.

$$F_b(\mathbf{k}) \sim S(\mathbf{k}) = k^2 E(\mathbf{k}) \quad (3)$$

ここに  $E(\mathbf{k})$  は波数領域における水位スペクトルである. 水位スペクトルの二次モーメント  $k^2 E(\mathbf{k})$  が勾配スペクトル  $S(\mathbf{k})$  と同等である (例えば Elfouhaily et al 1997). さらにその積分量は海洋表面の粗さとして算出される平均二乗勾配  $MSS = (\overline{\nabla\eta})^2$ , ここに  $\eta$ : 海面水位,  $\nabla$ : ベクトル微分演算) と一致する (Cox and Munk 1954).

$$MSS = \int S(k) dk \quad (4)$$

本研究で解析対象とした周波数領域における輝度スペクトル  $F_b(f)$  は, 式 (3) に対して線形分散関係を仮定し波数から周波数へ変換することで下記の関係が導出される.

$$F_b(f) \sim S(f) = g^{-2} (2\pi f)^4 E(f) \quad (5)$$

つまり  $F_b(f)$  は  $E(f)$  の 4 次モーメントの物理量となる.

##### 4.2 風波の勾配スペクトル形状

既往の研究でも確認されたように, 本研究においてもカメラ画像から得られる輝度スペクトルは勾配スペクトル



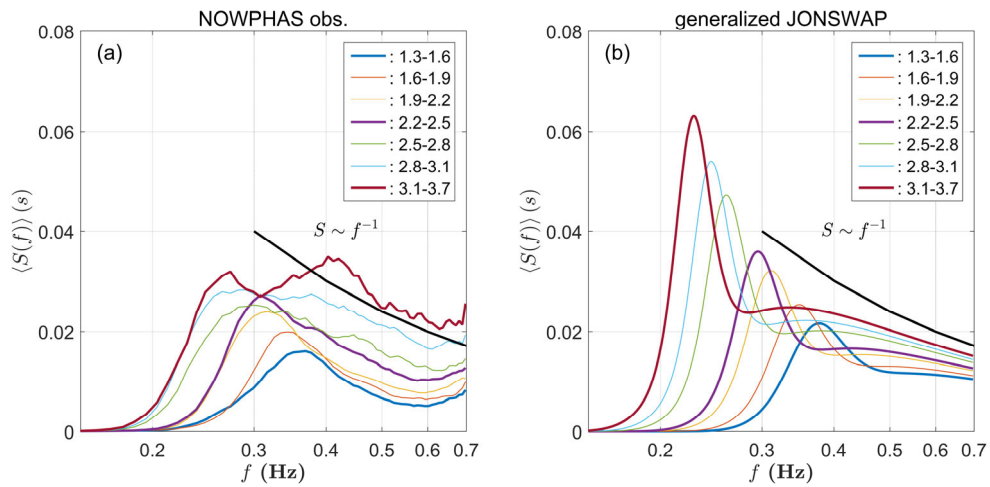


図-4.1 波齢逆数をコンポジット条件としてアンサンブル平均した勾配スペクトル。(a) NOWPHAS 波浪観測スペクトルに基づく結果および(b) Young による一般化 JONSWAP スペクトルに基づく結果。

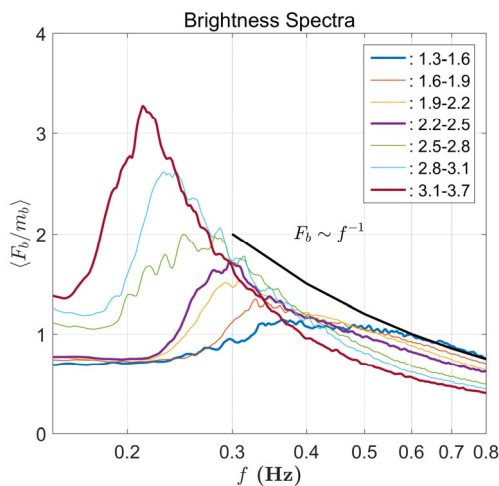


図-4.2 波齢逆数をコンポジット条件としてアンサンブル平均した輝度スペクトル。

と密接に関連している可能性が高い。まずは風波の勾配スペクトルに着目する。式(5)に基づいて NOWPHAS 波浪観測によって得られた水位スペクトル  $E(f)$  から勾配スペクトル  $S(f)$  を推定した(図-4.1a)。ここでは Long and Resio (2007) に従い波齢の逆数  $U/c_p$  をコンポジット条件として勾配スペクトルの合成図を作成し共通する特徴を抽出する。また一般化 JONSWAP スペクトル (Young, 2006) から算出される勾配スペクトルとの比較も行う(図-4.1b)。一般化 JONSWAP スペクトルは Donelan et al

(1985)によってまとめられたスペクトルパラメータと高周波側のスペクトルテール形状を用いて評価する風波スペクトルモデルである。スペクトルパラメータの入力値は海上風速と吹送距離である。海上風速には NOWPHAS の観測値を用い、吹送距離は海岸線から観測点までの吹送距離として一意に決めた(解析対象データの風向は北北西に限定しているため 13.5km として設定)。スペクトルテール形状に関しては  $E(f)$  の高周波領域の形状が周波数の-5 乗に従うように設定した。

まずスペクトルピーク領域 ( $f \sim f_p$ ) では一般化 JONSWAP モデルの勾配スペクトルで顕著なように、 $U/c_p$  が増加するに伴ってピークが低周波側へ移行することが確認できる。これは風波発達に伴うスペクトルピークのダウンシフティングによるものである (Hasselmann et al, 1973)。ピーク周波数周辺の  $S(f)$  は  $U/c_p$  が 2.5 以下の場合には両者の形状(ピーク増強係数)は整合的であるが、それ以上になると NOWPHAS 観測値に見られるスペクトルピークやピーク周波数のダウンシフティングは不明瞭となる。その結果、一般化 JONSWAP スペクトルと比較してピーク値を大幅に過小評価する結果となっている。Long and Resio (2007) によって示された規格化された 4 次モーメントスペクトルからも、 $U/c_p$  の増加に伴いピーク増強係数が増大していることが確認できる(彼らの図 10 および 11)。そのため NOWPHAS 観測による勾配スペクトルには観測誤差が混入している可能性が高いと考えられる。実際、 $U/c_p$  が大きくなるにつれてビデオ

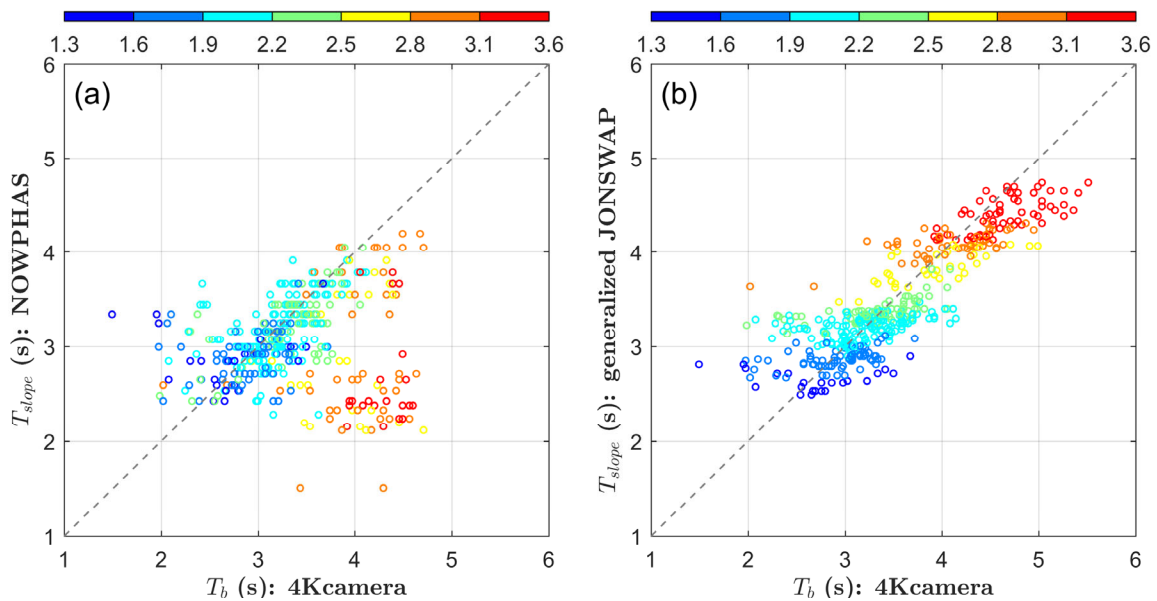


図-4.3 輝度周期と風波勾配スペクトルのピーク周期との比較。(a) NOWPHAS 波浪観測スペクトルに基づく結果および(b) Young による一般化 JONSWAP スペクトルに基づく結果。

映像には顕著な白波砕波が発生する様子が確認できる。そのような場合、NOWPHAS 波浪観測で使用する超音波パルスは海面ではなくその下に混入した気泡層で散乱・吸収されることが知られている。これが原因で明確なエネルギースペクトルのピークを捕捉することができず、ピーク周波数周辺でのエネルギーレベルが低減したものと考えられる。

つづいて高周波側のスペクトルテール領域 ( $f > 1.5f_p$ ) に着目する。ただし NOWPHAS 観測値は海底設置型の超音波波高計であり、高周波領域のスペクトル特性の測定精度はそれほど高くないことからここでは定性的な議論に限定される。一般化 JONSWAP スペクトルの結果を補完的に使用してスペクトル特性を解釈すると、 $U/c_p$  の増加に伴い  $S(f)$  のエネルギーレベルも増加することが両結果から確認できる。またテール形状に関しても2つの方法で得られた勾配スペクトルは周波数の-1乗に比例して減衰していることが確認できる。これはエネルギー平衡領域より高周波側ではエネルギー飽和領域が存在し、そこでのスペクトル形状が周波数の-5乗に比例することと整合的である (e.g., Long and Resio, 2007; Romero et al; Tamura et al, 2014, 2018)。

#### 4.3 輝度スペクトルと輝度周期の再訪

以上の結果から勾配スペクトル  $S(f)$  の特徴として、 $U/c_p$  の増加に伴いスペクトルピークの増強が顕在化する

とともにピークは低周波側へシフトすること、また高周波領域ではスペクトル形状が周波数の-1乗に漸近する可能性が高いことが示された。もしカメラ画像から取得された輝度スペクトルが海面の勾配スペクトルに関連する物理量であれば、それらは類似性の高い形状を示すはずである。

図-4.1と同様に  $U/c_p$  をコンジット条件とした輝度スペクトル  $F_b$  の合成図を図-4.2に示す。上述の通り  $F_b$  の絶対値には波浪現象とは無関係の太陽高度や雲量などの影響が多く含まれることから、輝度スペクトルの積分量で規格化することで、その一般的な形状特性を抽出している。図-4.2からは  $U/c_p$  が増加するに伴って  $F_b$  のピークがより顕在化すること、またのピーク周波数も低周波側へダウンシフトすることが確認できる。これらは図-4.1で示した通り、ピーク周波数周辺での風波の勾配スペクトルと同様の特性である。さらに高周波領域においても類似度の高いスペクトル形状が確認できる。つまり、周波数が 0.5Hz 以上の周波数帯では輝度スペクトルが  $F_b(f) \sim f^{-1}$  となっており、NOWPHAS 観測値および一般化 JONSWAP スペクトルによる勾配スペクトル形状と整合的である (図-4.1)。

続いて輝度周期  $T_b$  と勾配スペクトルのピーク値に対応する周期 ( $T_{slope}$ ) の対応関係を確認する。図-4.3aは  $T_b$  と NOWPHAS の勾配スペクトルから得られた  $T_{slope}$  の散布図を示している。各データは対応する  $U/c_p$  で色付けして



ある。この結果から $U/c_p$ が相対的に小さな値の場合 ( $U/c_p < 2.5$ )、それらの対応関係は非常に高く対一直線上に分布している。一方で、 $U/c_p$ が相対的に大きな値の場合 ( $U/c_p > 2.5$ )、分布のばらつきは大きくなる。前節でも議論したように、分散が大きくなる原因はNOWPHASの観測誤差に起因する可能性が高く、白波砕波に伴う超音波パルスの反射低減とそれに伴うスペクトルピークの捕捉エラーによるものと考えられる。一方で、一般化JONSWAPモデルの勾配スペクトルから得られる $T_{slope}$ では、NOWPHAS観測値で確認されたデータの発散はなくなり $T_b$ と $T_{slope}$ との明瞭な対応関係が確認できる(図-4.3b)。以上の輝度周期の比較結果からも、輝度スペクトルが勾配スペクトルと密接に関連していると解釈することが可能である。

## 5. まとめと今後の課題

本研究では実海域での運用を想定して、沿岸域に展開された監視カメラ映像から波浪統計量を定量的に推定する手法を提案した。まず得られた海面ビデオ映像の各ピクセルでの輝度値から周波数領域における輝度スペクトル $F_b$ を導入した。それから得られる輝度周期 $T_b$ を用いることで有義波高や有義波周期といった波浪統計量を精度よく推定できることを示した。その背景として、カメラ映像の海面輝度には局所的な波形勾配が反映されている可能性が高く、輝度スペクトルと勾配スペクトルが密接に関係していることが示された。

本研究で紹介したネットワークカメラを用いた波浪観測は、本来の目的であるリアルタイム映像による沿岸災害モニタリングと同時に、その副産物として定量的な波浪統計量推定を可能とする。しかも全ての機材が市販品として入手することができるため、低コストでシステム構築を行うことが可能となり実務的な運用に非常に適している。そもそも東京湾は世界有数の海上交通過密海域であり、海域(特に海面)に観測機材を設置して波浪観測を行うことは航行船舶の安全性の観点からも極めて難しい。一方で本手法は沿岸域の陸上施設(例えば灯台など)をプラットフォームとして利用することができ、高度に都市化された沿岸や内湾では最適な波浪観測方法と言える。

本研究の新規性は輝度周期を用いた波浪統計量推定手法の提案である。これは非常にシンプルな解析方法であるにも関わらず、著者らの知る限りこのような手法を用いて波浪統計量を推定した研究はほとんど存在しない。しかも本手法は第三世代波浪モデルよりも高精度に波浪

統計量を推定できる可能性を示した。また本手法のもう一つの特徴は適用条件の広さにある。空間的な海面輝度値から2次元フーリエ変換を用いて波数領域における輝度スペクトルを推定し、そこから波浪スペクトルを推定する解析手法はこれまで多くの研究がなされている。しかしながら、それら洗練された解析方法は船舶や海岸構造物、また荒天時の雨滴など空間的なノイズに弱く解析対象が限定される問題点を有する。一方で本手法は各画素における時間的な海面輝度値から1次元フーリエ変換を用いて周波数領域における輝度スペクトルを推定する。そのため、画像内に映り込むノイズは容易に取り除くことが可能である。特に最新の画素機映像との相性はよく今後の利用可能性は高い。

本研究で用いた2つのデータ(カメラ映像と波浪観測値)の対象海域の不一致は、解析手順を煩雑化させるとともに、解析に使用できるデータに制限を与えた。さらに本研究で使用したカメラ映像の撮影条件の波浪統計量への依存性(夜間映像からの推定精度、Sun Glitterの画像への影響、撮影方向と波向きの関係など)は検討の余地が残されている。これらの問題は、詳細に計画された今後の現地観測により解決することが可能である。

(2024年1月31日受付)

## 謝辞

東京湾海上交通センターでのビデオ撮影には、海上保安庁・船水基氏、港湾空港技術研究所・和泉隆夫氏・小室隆氏、SONYマーケティング株式会社・岩下忠司氏、笹本優花氏から多大なご支援を頂きました。NOWPHAS波浪観測データは国土交通省港湾局および関東地方整備局からご提供いただき、また使用に際してはNOWPHASデータ処理班からご助力を頂きました。ここに記して謝意を表します。

## 参考文献

- Banner, M. L., Ian S. F. Jones, and J. C. Trinder. 1989. "Wavenumber Spectra of Short Gravity Waves." *Journal of Fluid Mechanics* 198: 321–344. <https://doi.org/10.1017/S0022112089000157>.
- Benetazzo, A. 2006. "Measurements of Short Water Waves Using Stereo Matched Image Sequences." *Coastal Engineering*, 53 (12): 1013–1032. <https://doi.org/10.1016/j.coastaleng.2006.06.012>.
- Neito Borge, J., G. R. Rodriguez, K. Hessner, and P. L. Gonzalez. 2004. "Inversion of Marine Radar Images for

- Surface Wave Analysis.” *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology* 21: 1291–1300. [https://doi.org/10.1175/1520-0426\(2004\)021%3C1291:IO MRIF%3E2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0426(2004)021%3C1291:IO MRIF%3E2.0.CO;2)
- Cox, C., and W. Munk. 1954. “Statistics of the Sea Surface Derived from Sun Glitter.” *Journal of Marine Research* 13 (2).
- Donelan, M. A., J. Hamilton, W. H. Hui, and R. W. Stewart. 1985. “Directional spectra of wind-Generated waves.” *Philosophical Transactions of the Royal Society A* 315 (1534): 509–562. <https://doi.org/10.1098/rsta.1985.0054>.
- Ebuchi, N., Y. Toba, and H. Kawamura. 1992. “Statistical Study on the Local Equilibrium Between Wind and Wind Waves by Using Data From Ocean Data Buoy Stations.” *Journal of Oceanography* 48: 77–92. <https://doi.org/10.1007/BF02234033>.
- Elfouhaily, T., B. Chapron, and K. Katsaros, and D. Vandemark. 1997. “A Unified Directional Spectrum for Long and Short Wind-Driven Waves.” *Journal of Geophysical Research* 102 (C7): 15781–15796. <https://doi.org/10.1029/97JC00467>.
- Goda, Y., and Y. Suzuki. 1975. “Computation of Refraction and Diffraction of Sea Waves With Mitsuyasu’s Directional Spectrum.” *Technical note of the Port and Harbour Research Institute* 230.
- Hasselmann, K., T. P. Barnett, E. Bouws, H. Carlson, D. E. Cartwright, K. Enke, J. A. Ewing, H. Gienapp, et al. 1973. “Measurements of Windwave Growth and Swell Decay During the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP).” *Deutsches Hydrographisches Institut* 8: 1–95.
- Hasselmann, K., B. Chapron, L. Aouf, F. Ardhuin, F. Collard, G. Engen, S. Hasselmann, et al. 2013. “The ERS SAR Wave Mode: A Breakthrough in Global Ocean Wave Observations.” *ESA Special Publication* 1326: 167–197.
- Kosnik, M. V. and V. A. Dulov. 2011. “Extraction of Short Wind Wave Spectra From Stereo Images of the Sea Surface.” *Measurement Science and Technology* 22 (1): 015504. <https://doi.org/10.1088/0957-0233/22/1/015504>.
- Laxague, N. J. M., C. J. Zappa, D. A. LeBel, and M. L. Banner. 2018. “Spectral Characteristics of Gravity-Capillary Waves, With Connections to Wave Growth and Microbreaking.” *Journal of Geophysical Research: Oceans* 123 (7): 4576–4592. <https://doi.org/10.1029/2018JC013859>.
- Lenain, L. and W. K. Melville. 2017. “Measurements of the Directional Spectrum across the Equilibrium Saturation Ranges of Wind-Generated Surface Waves.” *Journal of Physical Oceanography* 47 (8): 2123–2138. <https://doi.org/10.1175/JPO-D-17-0017.1>.
- Long, C. E., and Donald T. Resio. 2007. “Wind Wave Spectral Observations in Currituck Sound, North Carolina.” *Journal of Geophysical Research* 112 (C5): C05001. <https://doi.org/10.1029/2006JC003835>.
- Lund, B., Clarence O. Collins III, H. Tamura, and H. C. Graber. 2016. “Multi-Directional Wave Spectra from Marine X-Band Radar.” *Ocean Dynamics* 66: 973–988. <https://doi.org/10.1007/s10236-016-0961-z>.
- Romero, L., and W. K. Melville. 2010. “Airborne Observations of Fetch-Limited Waves in the Gulf of Tehuantepec.” *Journal of Physical Oceanography* 40 (3): 441–465. <https://doi.org/10.1175/2009JPO4127.1>.
- Stilwell, D. Jr. 1969. “Directional Energy Spectra of the Sea from Photographs.” *Journal of Geophysical Research* 74 (8): 1974–1986. <https://doi.org/10.1029/jb074i008p01974>.
- Sverdrup, H. V., and Walter H. Munk. 1947. *Wind, sea, and swell: Theory of relations for forecasting*. Washington DC: Hydrographic Office.
- Tamura, H., W. M. Drennan, E. Sahlée, and H. C. Graber. 2014. “Spectral Form and Source Term Balance of Short Gravity Wind Waves.” *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 119 (1): 7406–7419. <https://doi.org/10.1002/2014JC009869>.
- Tamura, H., William M. Drennan, Clarence O. Collins III, and Hans C. Graber. 2018. “Turbulent Airflow and Wave-Induced Stress Over the Ocean.” *Boundary-Layer Meteorology* 169: 47–66. <https://doi.org/10.1007/s10546-018-0359-1>.
- Tamura, H., K. Kawaguchi, T. Iwamoto, and T. Fujiki. 2021. “Coastal Destruction and Unusual Wave Spectra Induced by Typhoon Faxai in 2019.” *Coastal Engineering Journal* 63: 92–105. <https://doi.org/10.1080/21664250.2021.1877944>.
- Toba, Y. 1973. “Local Balance in the Air-Sea Boundary Processes II. Partition of Wind Stress to Waves and Current.” *Journal of the Oceanographical Society of Japan* 29: 70–75. <https://doi.org/10.1007/BF02109506>.
- Tolman, H. L. 2009. “User Manual and System Documentation of WAVEWATCH III™ Version 3.14.” *National Oceanic and Atmospheric Administration* 276.

- Wakabayashi, H., K. Yamaguchi, M. Okano, S. Kuramochi, O. Kumagai, Seijiro Sakane, and M. Ito. 2010. "A 1/2.3-Inch 10.3Mpixel 50frame/s Back-Illuminated CMOS Image Sensor." 2010 IEEE International Solid-State Circuits Conference, 410–411. San Francisco, CA, USA. <https://doi.org/0.1109/ISSCC.2010.5433963>.
- Young, I. R. 1999. "Wind Generated Ocean Waves." Elsevier
- Young, I. R. 2006. "Directional Spectra of Hurricane Wind–Waves." *Journal of Geophysical Research: Oceans* 111 (C8): C08020. <http://dx.doi.org/10.1029/2006JC003540>.
- Yurovskaya, M. V., V. A. Dulov, B. Chapron, and V. N. Kudryavtsev. 2013. "Directional Short Wind Wave Spectra Derived from the Sea Surface Photography." *Journal of Geophysical Research: Oceans* 118 (9): 4380–4394. <https://doi.org/10.1002/jgrc.20296>.
- Zappa, C. J., M. L. Banner, H. Schultz, A. Corrada-Emmanuel, L. B. Wolff, and J. Yalcin. 2008. "Retrieval of Short Ocean Wave Slope Using Polarimetric Imaging." *Measurement Science and Technology* 19 (5): 055503. <https://doi.org/10.1088/0957-0233/19/5/055503>.