20017 年 6 月
港空研　構造研究グループ

マルコフ連鎖モデルによる変状の進行予測

マルコフ連鎖という確率論的モデルとは、「状態」と「推移」という２つの概念を用い、物事がある「状態」から次の「状態」へ、ある「推移確率」で移行する様子を確率論的に捉える統計手法である。**図-1** にマルコフ連鎖における「状態」、「推移」、「推移確率（p_x とする）」のイメージを示す。初期状態（$t=0$）においては、すべてが「状態 0」にあるとする。その後、ある一定期間（t とする）が過ぎると、「状態 0」にあるもののうち、p_x については「状態 1」に移行し、1-p_x については「状態 0」に留まる。「推移」は、「状態 0」～「状態 n」において同じ「推移確率」で同時に起こり、最終的にはすべてが「状態 n」に移行する。

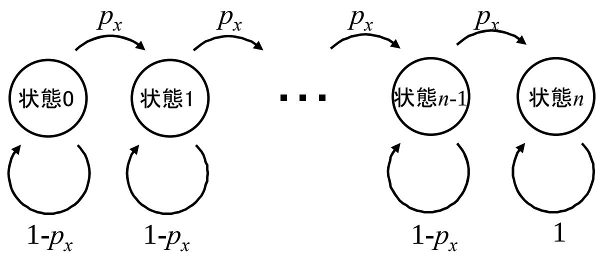

図-1　マルコフ連鎖における状態と推移のイメージ（推移確率 p_x が一定の場合）

港湾の施設においては、目視により判定される劣化度（a, b, c, d）や施設の性能低下度（A, B, C, D）を「状態」に当てはめることにより、劣化度や施設の性能低下度の将来分布を予測することが可能となる。この場合、「推移確率」の大小は、劣化進行速度の大小を表すものとして取り扱うことができる。ただし、本来的には、対象とする部材や劣化のメカニズム等に応じて、劣化度 d から劣化度 c へ進行する速度や、劣化度 c から劣化度 b へ進行する速度はそれぞれ異なる。ここでは簡便のため、劣化度 d ～ c ～ b ～ a の進行速度はすべて等しいとして取り扱う。

初期状態（$t=0$）において、すべてが劣化度 d にあるとする場合（$d=1.0$）、経過 t 年における劣化度（a、 b、 c、 d）の割合は、式（1）で表すことができる。

$$\begin{pmatrix} d \\ c \\ b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-p_x & 0 & 0 & 0 \\ p_x & 1-p_x & 0 & 0 \\ 0 & p_x & 1-p_x & 0 \\ 0 & 0 & p_x & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

ここで、p_x は推移確率、t は経過年数、a、 b、 c、 d はそれぞれの劣化度が全体に占める割合（%）を表しており、その総和は 1.0（100%）となる。

劣化度（a, b, c, d）の割合および経過年数 t が既知の場合、Excel 等を用いて式(1)における

推移確率 p_x を計算できる。Excel を用いた簡易な計算プログラムは、以下からダウンロードできる。

http://www.pari.go.jp/unit/kozo/theme/new_research_theme/

なお、すべての部材が劣化度 *d* である場合や、すべて劣化度 *a* である場合、また劣化度割合に極端な偏りがある場合（例えば、$(d, c, b, a) = (0.65, 0.00, 0.00, 0.35)$ など）は、適切な推移確率を求めることができないことに注意が必要である。

（計算例）

(1)　計算条件

対象：桟橋上部工下面（はり）

経過年数：24 年

点検結果：

	劣化度 *d*	劣化度 *c*	劣化度 *b*	劣化度 *a*	合計
部材数	305	111	1	25	442
部材の割合	0.690	0.251	0.002	0.057	1.000

(2)　計算結果

・推移確率：0.015

本計算は上述の計算プログラムを用いた。計算結果を**図-2** に、劣化度割合の経年変化予測を**図-3** にそれぞれ示す。

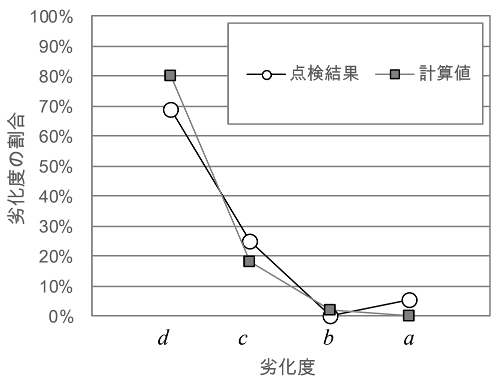

図-2　計算結果

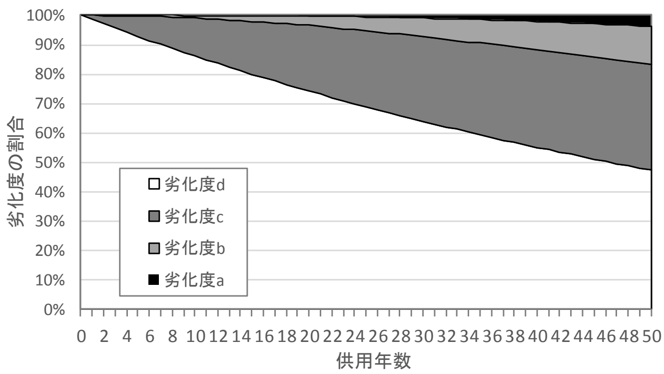

図-3　劣化度の割合の経年変化予測