

統計的グリーン関数に近地項と中間項を導入するための簡便な方法

A Simple Scheme to Introduce Near-Field and Intermediate-Field Terms in Stochastic Green's Functions

野津厚¹Atsushi NOZU¹¹ 港湾空港技術研究所, Port and Airport Research Institute

SUMMARY: A method is proposed to correct conventional stochastic Green's functions to introduce near-field and intermediate-field terms. The method is based on simple multiplication in frequency domain, using the ratio of Fourier transform of total wave including near-field and intermediate-field terms with respect to that of far-field S wave. Numerical examples show that the stochastic Green's functions obtained with the present method agree well with theoretical Green's functions that include near-field and intermediate-field terms.

1 はじめに

統計的グリーン関数法[1]は実用的な強震動評価手法として利用されることの多い手法であるが[例えば 2,3], 従来, 少なくとも次の2つの欠点を有すると見られてきた[例えば 4,5,6].

①小断層からの地震動の位相に任意性があり, 低周波成分のコヒーレントな重なり合いが保証されず, velocity pulse[例えば 7]を適切に評価できない恐れがあること.

②統計的グリーン関数法で一般的に仮定される震源スペクトルは遠地項[8] (のうち S 波) をモデル化したものであるため, 近地項および中間項の寄与を考慮できないこと. これらの点に関しては, 統計的グリーン関数法に対し, 差分法等の理論的な強震動評価手法が相対的にアドバンテージを有しているとは一般には考えられている. 統計的グリーン関数法の適用を高周波側に限定し, 低周波側には差分法等を用いるハイブリッド法[例えば 9]の考え方も一つにはこうしたところから生まれている.

一方, 上述のような統計的グリーン関数法の短所を克服し, 統計的グリーン関数法の適用範囲を低周波側に拡張しようとする試みもなされている. 特に①について久田[4]は要素波の位相を低周波側で 0 とする方法を, 香川[6]は上に凸の要素波のみを選択する方法を提案している. さらに野津・菅野[10]および野津他[11]は, 震源に関しては久田[4]の方法を適用し, サイト特性の評価は古和田他[12]の方法を適用することにより, 統計的グリーン関数法を用いた場合でも 1995 年兵庫県南部地震の際に震源近傍で観測された velocity pulse を良好に再現できることを示している. こうしたことから, 統計的グリーン関数法の欠点とされた 2 点のうち①については克服される見通しがたったと言える. そこで, 本稿では②, すなわち, 統計的グリーン関数法に近地項および中間項の影響をどのように取り込むかという問題を考える.

2 定式化

統計的グリーン関数法に近地項および中間項の影響を

取り入れるための定式化を以下に示す. まず, 等質等方な全無限弾性体内部のせん断食い違いによって生じる変位場 $u(x,t)$ は次式で与えられる (文献[8]の式 (2.97)).

$$\begin{aligned}
 u(x,t) = & \frac{M_0}{4\pi\rho} \left[R_{0\phi}^N \frac{1}{r^4} \int_{r/\alpha}^{r/\beta} \tau f(t-\tau) d\tau \right. \\
 & + \frac{1}{\alpha^2} R_{0\phi}^{IP} \frac{1}{r^2} f\left(t-\frac{r}{\alpha}\right) + \frac{1}{\beta^2} R_{0\phi}^{IS} \frac{1}{r^2} f\left(t-\frac{r}{\beta}\right) \\
 & \left. + \frac{1}{\alpha^3} R_{0\phi}^{FP} \frac{1}{r} f'\left(t-\frac{r}{\alpha}\right) + \frac{1}{\beta^3} R_{0\phi}^{FS} \frac{1}{r} f'\left(t-\frac{r}{\beta}\right) \right] \quad (1)
 \end{aligned}$$

ここに M_0 は地震モーメント, ρ は密度, α は P 波速度, β は S 波速度, r は震源距離, $f(t)$ は正規化されたすべり時間関数 (最終すべり量を 1 としている), $f'(t)$ はその時間微分である. また,

$$\begin{aligned}
 R_{0\phi}^N = & 9 \sin 2\theta \cos \phi r - 6 \left(\cos 2\theta \cos \phi \theta - \cos \theta \sin \phi \phi \right) \\
 R_{0\phi}^{IP} = & 4 \sin 2\theta \cos \phi r - 2 \left(\cos 2\theta \cos \phi \theta - \cos \theta \sin \phi \phi \right) \\
 R_{0\phi}^{IS} = & -3 \sin 2\theta \cos \phi r + 3 \left(\cos 2\theta \cos \phi \theta - \cos \theta \sin \phi \phi \right) \\
 R_{0\phi}^{FP} = & \sin 2\theta \cos \phi r \\
 R_{0\phi}^{FS} = & \cos 2\theta \cos \phi \theta - \cos \theta \sin \phi \phi \quad (2)
 \end{aligned}$$

は Fig.1 の球座標系 (r, θ, ϕ) で表されたラディエーション係数である. 式(1)の右辺[]内の第一項は近地項, 第二項は中間項 (P 波), 第三項は中間項 (S 波), 第四項は遠地項 (P 波), 第五項は遠地項 (S 波) を表す. いま, 式(1)において全項を考慮した場合と遠地項 (S 波) のみを考慮した場合のフーリエ変換の比を求めることを考える. この比は, 式(2)のラディエーション係数の形から, θ 成分と ϕ 成分に対して共通である. そこで, スカラー関数

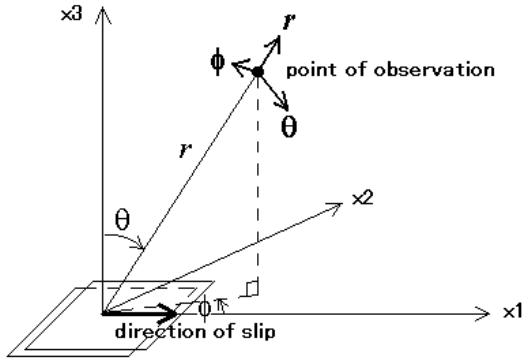


Fig.1 Coordinate system.

$$\begin{aligned}
 u(t) = & -6 \frac{1}{r^4} \int_0^{r/\beta} \tau f(t-\tau) d\tau \\
 & -2 \frac{1}{\alpha^2} \frac{1}{r^2} f\left(t - \frac{r}{\alpha}\right) \\
 & +3 \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{r^2} f\left(t - \frac{r}{\beta}\right) \\
 & + \frac{1}{\beta^3} \frac{1}{r} f'\left(t - \frac{r}{\beta}\right)
 \end{aligned} \quad (3)$$

を考え、右辺の第一項から第四項までのフーリエ変換をそれぞれ N, IP, IS, FS とすると $(N+IP+IS+FS)/FS$ が求めるものである。いま $f(t)$ のフーリエ変換を $F(\omega)$ とし、実際に式(3)の右辺各項のフーリエ変換を実行すると

$$\begin{aligned}
 N &= 6 \frac{1}{r^4} F(\omega) \left[\frac{r}{i\omega} \left(\frac{1}{\beta} e^{-i\omega r/\beta} - \frac{1}{\alpha} e^{-i\omega r/\alpha} \right) - \frac{1}{\omega^2} (e^{-i\omega r/\beta} - e^{-i\omega r/\alpha}) \right] \\
 IP &= -2 \frac{1}{\alpha^2} \frac{1}{r^2} F(\omega) e^{-i\omega r/\alpha} \\
 IS &= 3 \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{r^2} F(\omega) e^{-i\omega r/\beta} \\
 FS &= \frac{1}{\beta^3} \frac{1}{r} F(\omega) i\omega e^{-i\omega r/\beta}
 \end{aligned} \quad (4)$$

となる。式(4)より、求めるフーリエ変換の比は

$$\begin{aligned}
 (N + IP + IS + FS) / FS = & 6i \left(\frac{\beta}{r\omega} \right)^3 \left[1 - e^{-i\omega r(1/\alpha - 1/\beta)} \right] \\
 & - 6 \left(\frac{\beta}{r\omega} \right)^2 \left[1 - \frac{\beta}{\alpha} e^{-i\omega r(1/\alpha - 1/\beta)} \right] \\
 & + 2i \left(\frac{\beta}{r\omega} \right) \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2 e^{-i\omega r(1/\alpha - 1/\beta)} \\
 & - 3i \left(\frac{\beta}{r\omega} \right) + 1
 \end{aligned} \quad (5)$$

となる。統計的グリーン関数法では、計算の過程で、地震基盤における統計的グリーン関数のフーリエ変換が表れる（通常、遠地S波項のみを考慮したもの）。これに式(5)の比を乗じることにより、近地項および中間項の影響を考慮した統計的グリーン関数を得ることができる。

なお、式(5)は、媒質のパラメタである α と β を別とすれば $r\omega$ のみの関数である。いま仮に $\alpha/\beta = \sqrt{3}$ （ポアソン固体）とし、式(5)の絶対値を $r\omega/\beta$ の関数として示すと Fig.2 のようになる。式(5)の絶対値は $r\omega/\beta$ が小さいとき 1 より大きく、 $r\omega/\beta$ が中間的な値のときいったん 1 より小さくなり、 $r\omega/\beta$ が大きいときには 1 に漸近する。すなわち、 $r\omega/\beta$ が小さいときには近地項と中間項を無視することにより地震動を過小評価する可能性があり、 $r\omega/\beta$ が中間的な値のときは近地項と中間項を無視することにより地震動を過大評価する可能性がある。

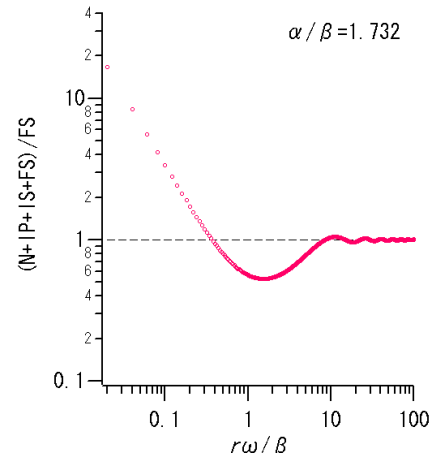


Fig.2 Fourier Spectral ratio of total wave with respect to far-field S wave.

3 数値計算例

上記の定式化を用いた数値計算例を示す。Fig.3 に示す震源と観測点の組み合わせに対し、久田[4]の方法で遠地項（S波）を考慮した統計的グリーン関数を生成し、さらに上記の方法で近地項と中間項の寄与を加え、これを等質等方な全無限弾性体における理論的グリーン関数[8]と比較した。サイト直下に地震モーメント $M_0=1.0E+22$ dyne-cm の点震源（strike=0, dip=90, rake=90）をおき、地表（地震基盤）での東西成分（Fig.3 の面外方向成分）を計算した。震源深さは、近地項等を含む方が振幅が小さくなるケース（ケース 1, 2km）と逆に振幅が大きくなるケース（ケース 2, 0.2km）の二通りとした。媒質のパラメタは $\rho=2.7$ g/cm³, $\alpha=6.1$ km/s, $\beta=3.5$ km/s, $Q=\infty$ とした。統計的グリーン関数の計算を行う際、理論的グリーン関数との比較を行うため、 $R_{\theta\phi}=1.0$, $PRTITN=1.0$ とした。また、全無限弾性体の理論的グリーン関数はそのままでは自由表面の効果を含まないので振幅を 2 倍にして比較した。統計的グリーン関数を生成する際のコーナー周波数は 2Hz とした。理論的グリーン関数はすべり速度時間関数を二等辺三角形として計算した。ライズタイムはコーナー周波数が 2Hz となるように 0.16s とした。生成された統計的グリーン関数は高周波側で ω^{-2} モデルに従うが[4]、高周波成分を

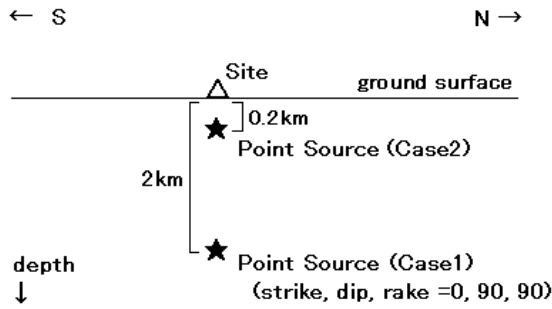


Fig.3 Configuration of source and site.

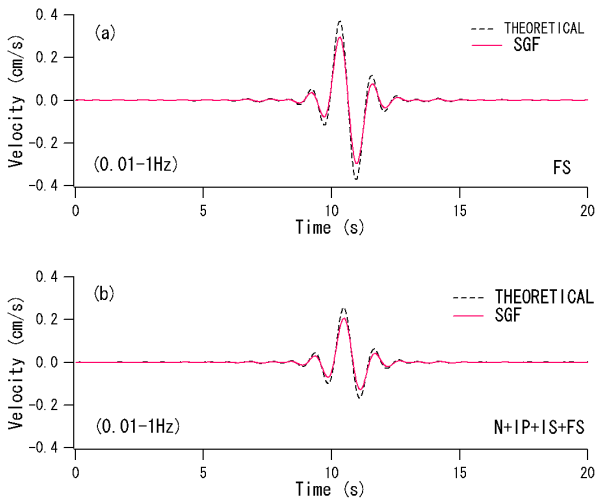


Fig.4 (a) Theoretical Green's function and stochastic Green's function generated with the present method for Case1, both without near-field and intermediate-field terms. Corner frequency is 2Hz. (b) Same as (a) but with near-field and intermediate-field terms.

理論的グリーン関数と比較することには意味がないので、比較の対象は 1Hz 以下の速度波形とした。

ケース 1 の結果を Fig.4 に示す。遠地項 (S 波) だけの場合も近地項等を含む場合も生成された統計的グリーン関数は理論的グリーン関数とよく一致しており、提案法により近地項と中間項を統計的グリーン関数に導入できていることがわかる。さて、Fig.4 の結果を見ると、振幅に若干の相違があるので、この原因について考察する。久田 [4]の方法では遠地項の形状を決めているが、これはすべり速度時間関数の形状を決めていることを意味する。久田の方法で仮定しているすべり速度時間関数と二等辺三角形のすべり速度時間関数を、いずれも総面積が 1 となるように正規化してから比較すると、Fig.5(b)に示すように、1Hz 以下だけを見ても両者には違いがある。つまり、十分に impulsive でないすべり速度時間関数を用いているために、すべり速度時間関数の形状の詳細がグリーン関数の計算結果に影響を与えてしまっている。そこで、統計的グリーン関数を生成する際のコーナー周波数を引き上げ(このことは震源断層の分割をより細かくして小断層を点震源に近づけることに対応する)、同時に理論的グリーン関数

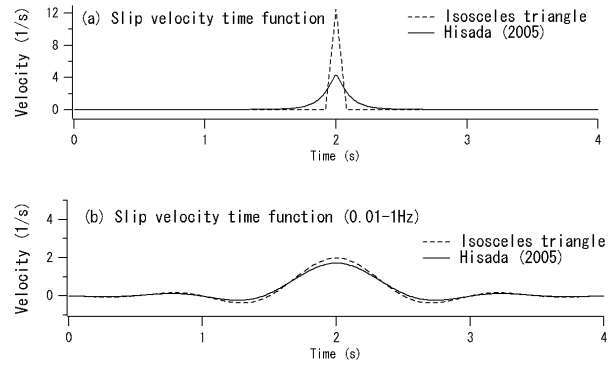


Fig.5 (a) Slip velocity time function with an isosceles triangle (dotted line) and that implicitly assumed by Hisada [4] (thick line). (b) Same as (a) but low-pass filtered at 1Hz.

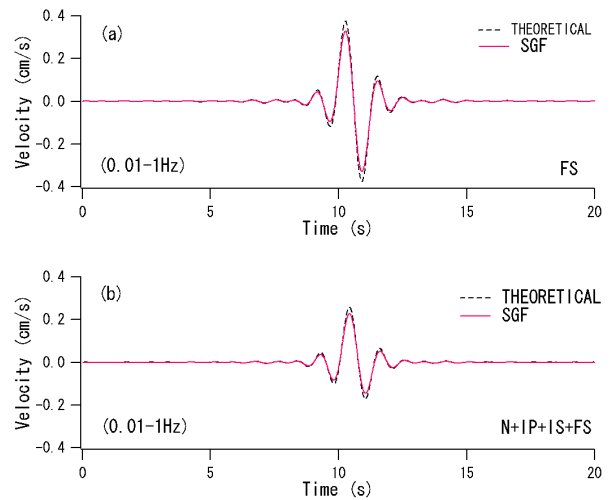


Fig.6 (a) Theoretical Green's function and stochastic Green's function generated with the present method for Case1, both without near-field and intermediate-field terms. Corner frequency is 5Hz. (b) Same as (a) but with near-field and intermediate-field terms.

を計算する際のライズタイムを短くし、より impulsive なすべり速度時間関数を用いるようにすれば、両者の差は小さくなるはずである。実際、コーナー周波数を 5Hz とし、ライズタイムを 0.06s として再度計算を行うと、両者の差は小さくなる (Fig.6)。最後に、震源がより浅いケース 2 の結果を Fig.7 に示す(コーナー周波数は 2Hz としている)。この場合も統計的グリーン関数と理論的グリーン関数はよく一致しており、提案法により近地項と中間項を統計的グリーン関数に導入できていることがわかる。また、この場合も、統計的グリーン関数を生成する際のコーナー周波数を 5Hz に引き上げると、両者の違いはより小さくなることを確認している。

4 おわりに

本研究では、従来は遠地項 (S 波) の寄与のみを考慮していた統計的グリーン関数法に対し、近地項および中間項の影響を取り込むための方法を検討した。その結果、近地

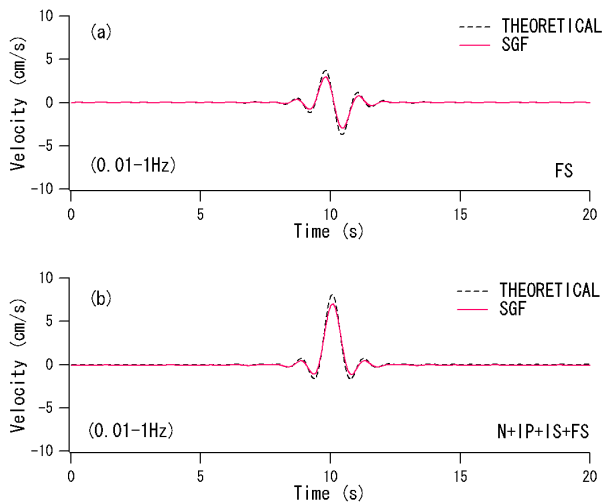


Fig.7 (a) Theoretical Green's function and stochastic Green's function generated with the present method for Case2, both without near-field and intermediate-field terms. Corner frequency is 2Hz. (b) Same as (a) but with near-field and intermediate-field terms.

項および中間項の影響は、周波数領域での簡単な演算により導入できることがわかった。既存の統計的グリーン関数法プログラムを、近地項および中間項の影響を考慮できるように改良することも容易である（付録参照）。

最初に述べたように、従来より統計的グリーン関数法に関して二つの問題点が指摘されていたが、本研究ではこのうち後者に関する解決策を示した。前者についてはすでに解決策が示されており[4,6]、従来の問題点はほぼ解消されたと考えている。実際、数値計算例のところで示したように、統計的グリーン関数法を用いても、理論的手法を用いても、震源から放射される地震波（これは上記の検討で用いた全無限弾性体の解によって近似できると考えられる）に関しては同じように評価できる（ただし理論的手法と比較する意味のある低周波側において）。従って、今後、統計的グリーン関数法と理論的手法を比較する場合には、伝播経路特性およびサイト特性の評価精度という点に議論のポイントが移っていくものと考えられる。

なお、本研究の数値計算例からわかるように、提案法で生成した統計的グリーン関数は、小断層が震源に近いほど理論的グリーン関数に近づく。統計的グリーン関数法では、中間周波数帯域でのスペクトルの落ち込みを防止するため、震源断層の分割を粗く設定する場合もあるが、低周波側で高い精度を求める場合には、震源断層の分割を細かくする必要がある。高周波側と低周波側で分割数を変更することも場合によっては必要であろう。

謝辞

本研究の実施にあたり（株）ニュージェックの山田雅行さん、東京工業大学都市地震工学センターの大堀道広さんとの議論は参考になりました。記して謝意を表します。

参考文献

[1] 釜江克宏，入倉孝次郎，福知保長：地震のスケールング則に基づいた大地震時の強震動予測，日本建築学会構造系論文報告集，第430号，pp.1-9，1991。

- [2] 中央防災会議：東海地震に関する専門調査会報告，2001。
- [3] 地震調査研究推進本部：宮城県沖地震を想定した強震動評価（一部修正版）について，2005。
- [4] 久田嘉章：統計的グリーン関数法の震源域及び長周期帯域への拡張，日本地震工学会大会－2004 梗概集，pp.368-369，2005。
- [5] 堀家正則，大西良広：統計的グリーン関数法のハイブリッド法への適用のための改良と震源近傍での適用に関するコメント，日本地震工学会大会－2004 梗概集，pp.364-365，2005。
- [6] 香川敬生：ハイブリッド合成法に用いる統計的グリーン関数法の長周期帯域への拡張，日本地震工学論文集，第4巻，pp.21-32，2004。
- [7] 額継一起：カリフォルニアの被害地震と兵庫県南部地震，科学，Vol.66，No.2，pp.93-97，1996。
- [8] 佐藤俊明：理論的地震動評価，地震動－その合成と波形処理，第2章，鹿島出版会，pp.21-88，1994。
- [9] Kamae, K., Irikura, K. and Pitarka, A. : A technique for simulating string ground motion using hybrid Green's function, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.88, pp.357-367, 1998.
- [10] 野津厚，菅野高弘：経験的サイト増幅・位相特性を考慮した強震動評価手法－内陸活断層地震および海溝型地震への適用性の検討－，港湾空港技術研究所資料No.1120，2006。
- [11] 野津厚，長尾毅，山田雅行：スペクトルインバージョンに基づく全国の強震観測地点におけるサイト増幅特性とこれを利用した強震動評価事例，日本地震工学論文集（投稿中）。
- [12] 古和田明，田居優，岩崎好規，入倉孝次郎：経験的サイト増幅・位相特性を用いた水平動および上下動の強震動評価，日本建築学会構造系論文集，第514号，pp.97-104，1998。

付録 近地項および中間項を導入するための FORTRAN プログラム例

統計的グリーン関数に近地項と中間項を導入するためのサブルーチン例を以下に示す。サブルーチンの引数において、R1 は $\beta/(r\omega)$ ，R2 は α/β である。サブルーチンの出力として得られる C を統計的グリーン関数のフーリエ変換に乗じれば良い。

```

SUBROUTINE NEAR(R1,R2,C)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMPLEX*16 AI,C,C1
AI=(0.0,1.0)
PI=3.14159265358979323846
C1=CDEXP(-AI/R1*(1.0/R2-1.0))
C=+6.0*AI*R1**3*(1.0-C1)
+ -6.0*R1**2*(1.0-1.0/R2*C1)
+ +2.0*AI*R1*(1.0/R2)**2*C1
+ -3.0*AI*R1
+ +1.0
RETURN
END

```