

# ライズタイムが一様な円形クラックによる S 波スペクトルの特性

独立行政法人港湾空港技術研究所 学生会員 野津 厚

## 1. はじめに

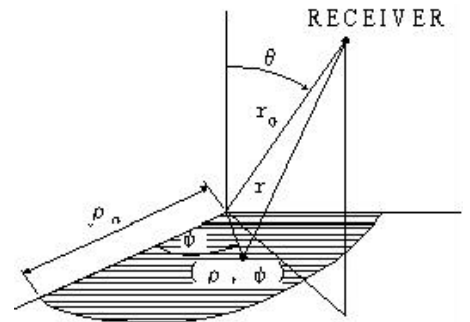
ユニラテラルに破壊伝播する矩形断層から生成される far-field S 波の変位スペクトルには断層長さの有限性,断層幅の有限性,それに破壊継続時間の有限性に対応する 3 つのコーナー周波数が存在することが知られており [例えば Geller, 1976], これに対応して変位スペクトルは高周波側で  $\omega^{-3}$  の傾きを示す. ここでは, ライズタイムが一様な円形クラックの場合も, 空間に関する 2 つのコーナー周波数と時間に関する 1 つのコーナー周波数が存在し, 高周波側での傾きは  $\omega^{-3}$  となることを示す.

## 2. ライズタイムが一様な円形クラックによる S 波スペクトル

図 1 に示すように, 半径  $r_0$  の円の中心から破壊フロントが一定速度  $v$  で同心円状に拡大し, 円周に達して停止するものとする.

破壊フロント通過後の滑り速度時間関数は空間的に一様であるとする. このとき, 表現定理 [Burridge and Knopoff, 1964] によると, Far-field S 波による変位は次式で与えられる.

$$u(t) = \frac{1}{4\pi\beta} \frac{1}{r_0} F^s \iint dS \Delta v \left( \rho, t - \frac{r_0}{\beta} + \frac{\rho \sin \theta \cos(\phi - \phi_0)}{\beta} \right)$$



(1) 図 1 円形クラックモデル

ここに  $\Delta v(\rho, t)$  は中心からの距離が  $\rho$  の位置での滑り速度時間関数である. このフーリエ変換は次式で与えられる.

$$u(\omega) = \frac{1}{4\pi\beta} \frac{1}{r_0} F^s \exp[-i\omega(r_0/\beta)] \cdot \int_0^{r_0} \rho d\rho \Delta v(\rho, \omega) \cdot \int_{-\pi}^{\pi} d\phi \exp[i(\omega\rho/\beta) \sin \theta \cos(\phi - \phi_0)] \quad (2)$$

この二つ目の積分はベッセル関数を用いて次のように変形できる [Madariaga, 1976].

$$u(\omega) = \frac{1}{2\beta} \frac{1}{r_0} F^s \exp[-i\omega(r_0/\beta)] \cdot \int_0^{r_0} \rho d\rho \Delta v(\rho, \omega) \cdot J_0((\omega\rho/\beta) \sin \theta) \quad (3)$$

ここで滑り速度時間関数が空間的に一様であるとの条件を用いると,

$$u(\omega) = \frac{1}{2\beta} \frac{1}{r_0} F^s \exp[-i\omega(r_0/\beta)] \cdot \Delta v(0, \omega) \cdot \int_0^{r_0} \rho \exp[-i(\omega\rho/v)] J_0((\omega\rho/\beta) \sin \theta) d\rho \quad (4)$$

ここで  $x = \rho \sin \theta$  への変数変換を行うと次式を得る.

$$u(\omega) = \frac{1}{2\beta} \frac{1}{r_0} F^s \exp[-i\omega(r_0/\beta)] \cdot \Delta v(0, \omega) \cdot \frac{1}{\omega^2} \int_0^{\omega r_0} x \exp[-i(x/v)] J_0((x/\beta) \sin \theta) dx \quad (5)$$

キーワード 地震, 震源, 断層, ライズタイム, コーナー周波数

連絡先 〒239-0826 横須賀市長瀬 3-1-1 (独) 港湾空港技術研究所 TEL 046-844-5058

式(5)に含まれる定積分を求めることは容易でない。しかし、ベッセル関数に関する公式

$$\int_0^{\infty} x e^{-iax} J_0(bx) dx = -\frac{a}{(a^2 - b^2)^{3/2}} \quad (a > b > 0) \quad (6)$$

を用いれば、 $a$  が十分に大きいとき、式(5)に含まれる定積分は収束することがわかり、 $a$  が十分に大きい場合のスペクトルの近似式として次式を得る。

$$|u(\omega)| \cong \frac{1}{2\beta} \frac{1}{r_0} F^s \cdot |\Delta v(0, \omega)| \cdot \frac{1}{\omega^2} \frac{v^2}{(1 - \xi^2)^{3/2}} \quad (7)$$

ここで Savage(1974)に倣って

$$\xi = (v/\beta) \sin \theta \quad (8)$$

とおいた。式(7)から、スペクトルは高周波側で  $\omega^{-3}$  の傾きを示すことがわかる。コーナー周波数は、1つは明らかに滑り速度時間関数に関するものである。残りの2つを知るために、式(5)から滑り速度時間関数の寄与を取り除いたスペクトルについて、低周波側と高周波側の漸近線の交点を求めると、

$$\omega_c = \sqrt{2} (v/\rho_0) / (1 - \xi^2)^{3/4} \quad (9)$$

と求まるが、これは空間的な要因で定まるものである。なお、式(6)の公式は、森口・他(1960)の公式

$$\int_0^{\infty} e^{iax} J_0(bx) dx = \frac{i}{\sqrt{a^2 - b^2}} \quad (a > b > 0) \quad (10)$$

において両辺の共役複素数を取り、 $a$  で微分すれば得られる。

Savage(1974)は、同じ問題について、式(5)の積分を数値的に実行することにより数値解を得ており、高周波側でのスペクトルの傾きは  $\omega^{-5/2}$  であるとしている。これは上記の結果と異なるが、解析的に得られた上記の結果がより信頼性があると考えて良いだろう。

### 3. 考察

以上のことから、矩形断層の場合[Geller, 1976]のみならず、円形クラックの場合も、空間に関する2つのコーナー周波数と時間に関する1つのコーナー周波数が存在すると言える。ところで Sato and Hirasawa(1973)の円形クラックモデルは  $\omega^{-2}$  モデルに従う変位スペクトルを生成することが知られている。Sato and Hirasawa のモデルでは、クラック上のある点を破壊フロントが通過してから破壊フロントが破壊停止端に到達するまでの時間をその点でのライズタイムとしている。その結果、破壊停止端付近ではライズタイムは著しく小さな値を示し、クラック内の当該部分については時間に関するコーナー周波数が高周波側に移動して、第3のコーナー周波数は事実上存在しないと考えられる状況になる。これが、Sato and Hirasawa(1973)の円形クラックモデルが  $\omega^{-2}$  モデルに従う変位スペクトルを生成する理由であろう。

### 参考文献

- Burridge, R. and L. Knopoff, 1964, Body force equivalents for seismic dislocations, Bull. Seism. Soc. Am., 54, 1875-1888.
- Geller, R.J., 1976, Scaling relations for earthquake source parameters and magnitudes, Bull. Seism. Soc. Am., 66, 1501-1523.
- Madariaga, R., 1976, Dynamics of an expanding circular fault, Bull. Seism. Soc. Am., 66, 639-666.
- 森口繁一・宇田川銈久・一松信, 1960, 岩波数学公式, 202.
- Sato, T. and T. Hirasawa, 1973, Body wave spectra from propagating shear cracks, J. Phys. Earth, 21, 415-431.
- Savage, J.C., 1974, Relation between P- and S-wave corner frequencies in the seismic spectrum, Bull. Seism. Soc. Am., 64, 1621-1627.